ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ГУМАНИТАРНЫЙ ИНСТИТУТ»

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор ЧОУ ВО «СКГИ»
к.ю.н., доцент

А.Р. Саруханян

«_06_» __июня____ 2021 года

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ 38.03.01 – ЭКОНОМИКА
УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ – БАКАЛАВРИАТ

ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ: АКАДЕМИЧЕСКИЙ БАКАЛАВРИАТ

НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ:
БУХГАЛТЕРСКИЙ УЧЕТ, АНАЛИЗ И АУДИТ

КАФЕДРА ГУМАНИТАРНЫХ И СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Ставрополь, 2021

Автор-составитель:

Белозерова Любовь Павловна, кандидат географических наук, доцент, заведующий кафедрой «Гуманитарных и социально-экономических дисциплин» ЧОУ ВО «Северо-Кавказский гуманитарный институт».

Рецензенты:

Сорокин И. О.– кандидат юридических наук, заведующий кафедрой «Гражданско-правовых дисциплин» ЧОУ ВО «Северо-Кавказский гуманитарный институт»;

Кузина С.А., доктор политических наук, заведующий кафедрой «Гуманитарных и социально-экономических дисциплин» Ростовского института (филиала) ФГБОУ ВО «Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста России)» в г. Ростове-на-Дону.

Рабочая программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры гуманитарных и социально-экономических дисциплин ЧОУ ВО «Северо-Кавказский гуманитарный институт».

Протокол № «_11_» от «_06_» _августа___ 2021 года

Рабочая программа учебной дисциплины «Математический анализ» подготовлена на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (уровень бакалавриата).

ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения программы учебной дисциплины «Математический анализ» обучающийся должен:

обладать следующими общекультурными компетенциями (ОК):

– способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);

обладать следующими общепрофессиональными компетенциями:

– способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-1);

– способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);

– способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3);

обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

аналитическая, научно-исследовательская деятельность:

– способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-4);

Соответствие результатов изучения дисциплины планируемым результатам освоения ОП

Код компетенции	Название – определение (краткое содержание) компетенции	Структура компетенции Дескрипторные характеристики компетенции
Общекультурные компетенции		
ОК-3	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	**знать:** - основные термины и определения экономической науки; - основные законы, принципы и методы экономической науки; **уметь:** - использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности; **владеть:** - навыками использования экономических знаний в различных сферах деятельности;
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографиче-	**знать:** - основы информационной и библиографической культуры; - сущность и значение информационно-

	ской культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	коммуникационных технологий в решении стандартных задач профессиональной деятельности; - основные требования информационной безопасности; **уметь:** – использовать источники экономической, социальной, управленческой информации; – осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; – работать с информацией в глобальных компьютерных сетях; **владеть:** - современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных; – навыками работы в глобальных компьютерных сетях;
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	**знать:** - методы сбора информации для решения поставленных экономических задач; - методы анализа данных, необходимых для проведения конкретных экономических расчетов по решению поставленных экономических задач; **уметь:** - использовать источники экономической, социальной, управленческой информации; - осуществить поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; - обрабатывать и представлять результаты по сбору и обработки данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; - проверять качество аналитической информации, полученной в процессе проведения финансового анализа и выполнять процедуры по ее обобщению; **владеть:** - навыками сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач;
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	**знать:** - основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач; - инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; - основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне; **уметь:** - осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы; **владеть:** - навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;

		- современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных; - методами представления результатов анализа;
Профессиональные компетенции		
аналитическая, научно-исследовательская деятельность:		
ПК-4	способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	**знать:** - виды теоретических и эконометрических моделей; методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов; - методы анализа результатов применения моделей к анализируемым данным; **уметь:** - строить на основе описания ситуаций стандартные теоретические и эконометрические модели; - анализировать и содержательно интерпретировать результаты, полученные после построения теоретических и эконометрических моделей; **владеть:** - современной методикой построения эконометрических моделей; - методами и приемами анализа экономических явлений и процессов с помощью стандартных теоретических и эконометрических моделей;

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Индекс	Наименование циклов, дисциплин, профессиональных модулей, междисциплинарных курсов	Содержание дисциплины	Трудоемкость (зачетные единицы)	Компетенции обучающихся, формируемые в результате освоения дисциплины
Б1.Б	**Блок 1. Базовая часть**			
Б1.Б.7	Математический анализ	Действительные числа и числовые множества Понятие функции. Числовые последовательности и их пределы Предел функции Непрерывные функции Производные и дифференциалы Основные свойства дифференцируемых функций и их приложения	**6**	**ОК-3** **ОПК-1** **ОПК-2** **ОПК-3** **ПК-4**

		Неопределенный интеграл Определенный интеграл Несобственный интеграл Приложения определенного интеграла		

ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

6 зачетных единиц

Вид учебной работы	***Количество часов***
Максимальная учебная нагрузка (всего)	***216***
Объёма активных и интерактивных форм учебной работы (всего)	***6***
Аудиторная учебная работа обучающихся (всего)	***20***
в том числе (приведены максимальные показатели):	
- *лекции*	*10*
- *семинары*	
- *практические занятия*	*10*
- *консультации*	
- *лабораторные занятия*	
- *контрольные работы*	
- *текущий контроль*	
- *промежуточная аттестация* - ***экзамен***	*9*
Самостоятельная работа обучающихся(всего)	***187***
в том числе (варианты даны для примера, использовать по усмотрению, дополнять):	
- *оформление и разработка учебного проекта*	
- *подготовка к лекциям*	*10*
-*подготовка к практическим занятиям*	*10*
- *подготовка реферата, устного сообщения, доклада*	*46*
- *оформление презентации*	*49*
- *письменная работа*	
- *выполнение домашней работы и т.д.*	*72*

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Тематический план учебной дисциплины заочной формы обучения

Темы дисциплины	Количество часов				
	Всего	Лекции (в т.ч. в активной и интерактивной формах)	Практические занятия (в т.ч. в активной и интерактивной формах)	Сам. работа	Экзамен
2 семестр					
Тема 1. Действительные числа и числовые множества	20	2	-	18	
Тема 2. Понятие функции. Числовые последовательности и их пределы	20	2	-	18	
Тема 3. Предел функции	22	2	2 (инт)	18	
Тема 4. Непрерывные функции	20	-	2 (инт)	18	
Тема 5. Производные и дифференциалы	21	-	2 (инт)	19	
Тема 6. Основные свойства дифференцируемых функций и их приложения	22	2	-	20	
Тема 7. Неопределенный интеграл	22	-	2	20	
Тема 8. Определенный интеграл	18	2	-	16	
Тема 9. Несобственный интеграл	22	-	2	20	
Тема 10. Приложения определенного интеграла	20	-	-	20	
Всего часов по дисциплине (6 зачетных единиц)	**216**	**10**	**10**	**187**	**9**

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ПО РАЗДЕЛАМ И ТЕМАМ

ТЕМА 1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА

Действительные числа. Об аксиоматическом построении множества действительных чисел. Аксиома непрерывности. Геометрическое изображение действительных чисел. Числовые промежутки. Окрестности. Ограниченные и неограниченные множества. Принцип Вейерштрасса.

ТЕМА 2. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ИХ ПРЕДЕЛЫ

Понятие функции. Способы задания. Поведение функций. Сложная и обратная функции. Числовые последовательности. Предел последовательности и основные его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел суммы, произведения и частного последовательностей. Ограниченность сходящейся последовательности. Предельный переход в неравенствах. Признак сходимости монотонных последовательностей. Число e.

ТЕМА 3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

Определения предела функции по Гейне и по Коши и их эквивалентность. Свойства пределов функций и свойства функций, имеющих предел. Односторонние пределы. Предел функции «на бесконечности». Горизонтальная асимптота. Предел сложной функции. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции и их сравнение.

ТЕМА 4. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ

Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на отрезке и ее свойства. Первая и вторая теоремы Больцано — Коши. О непрерывности обратной функции. О непрерывности элементарных функций.

ТЕМА 5. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ

Понятия производной и дифференциала, их геометрический и механический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного и обратной функции. Дифференцирование сложной функции. Логарифмическая производная функции. Производные сложной и показательной функций.

ТЕМА 6. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица производных и дифференциалов основных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной. Теоремы о среднем дифференциального исчисления. Условия постоянства, возрастания (убывания) функции. Правило Лопиталя. Формула Тейлора и ее приложения. Необходимое и достаточные условия экстремума функции.

ТЕМА 7. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица простейших интегралов. Интегрирование по частям и замена переменной. Интегрирование простейших дробей. Тригонометрические интегралы. Интегрирование иррациональных функций. Понятие первообразной функции. Основные свойства первообразной. Схема исследования функции и построения ее графика.

ТЕМА 8. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Определенный интеграл (интеграл Римана) и его свойства. Связь определенного интеграла с определенным. Формула Ньютона — Лейбница. Формулы приближенного вычисления определенных интегралов.

ТЕМА 9. НЕСОБСТВЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Несобственные интегралы. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Наклонные асимптоты.

ТЕМА 10. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

Приложения определенного интеграла. Лемма Ферма и ее геометрический смысл. Бесконечно большие функции и вертикальные асимптоты.

ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ТЕМА 1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА

Задание 1. Определить, какие из данных бесконечных десятичных дробей выражают рациональные числа, какие — иррациональные, и записать рациональные числа в виде обыкновенных дробей:

а) 2,3232…,

б) 3,12372372…,

в) 1,3799…,

г) 1,212012001… .

Для выполнения этого задания необходимо вспомнить, что всякое рациональное число является либо целым, либо его можно представить в виде конечной или периодической десятичной дроби. Иррациональное же число представляется непериодической бесконечной десятичной дробью. Дроби а) — в), представляющие периодические десятичные дроби, выражают рациональные числа. Согласно правилу преобразования бесконечных десятичных периодических дробей в обыкновенные имеем:

а) 2,3232… = 2,(32) = $2\frac{32}{99}$;

б) 3,12372372… = 3,12(372) = $3\frac{12372-12}{99900} = 3\frac{12360}{99900} = 3\frac{206}{1665}$;

в) 1,3799… = 1,37(9) = 1,38.

Рассмотрим дробь г) 1,212012001… . Докажем, что эта дробь непериодическая. В самом деле, пусть ее период имеет длину n. Так как сколь угодно далеко от начала дроби есть десятичные знаки 1 и 2, то эти знаки должны войти в период. Но сколь угодно далеко от начала в дроби встречаются подряд n нулей. Значит, период не может содержать цифр 1 и 2. Полученное противоречие показывает, что данная десятичная дробь непериодическая, а потому выражает иррациональное число.

Задание 2. Примерно 2,5 тыс. лет назад школой Пифагора было выяснено, что длина диагонали квадрата не может быть выражена рациональным числом, если в качестве единицы длины взять длину стороны квадрата. Обозначим через x длину диагонали такого квадрата. Покажите, что x не является рациональным числом.

Доказательство проведем от противного. Предположим, что x выражается рациональной дробью $x = \frac{p}{q}$, которую будем считать несократимой. Заметим, что площадь квадрата, построенного на этой диагонали, равна 2: $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$, то есть

$$p^2 = 2q^2 \quad . \qquad (1)$$

Отсюда следует, что p^2, а значит и p — четные числа: $p = 2p_1$. Подставив это значение в равенство (1), получим $4p_1^2 = 2q^2$, то есть $2p_1^2 = q^2$. А из этого следует, что q^2, а значит и q — четные числа: $q = 2q_1$. Но тогда $\frac{p}{q} = \frac{2p_1}{2q_1}$, что противоречит предположению о том, что дробь $\frac{p}{q}$ несократима.

Задание 3. Доказать, что следующие числа иррациональны:

а) $\sqrt{3}$, б) $\lg 5$.

Пример а) предоставляется обучающимся для самостоятельного решения по образцу проведенного доказательства предыдущего задания. На доске обучающийся, по его желанию, демонстрирует свое решение.

Решение примера б). Доказательство проводится также как и выше от противного. Предположим, что $\lg 5$ — рациональное число. Как известно, число $\lg 5 > 0$. Поэтому можем представить $\lg 5 = \frac{m}{n}$, где $m, n \in \mathbf{N}$. Отсюда справедлива цепочка равенств:

$$10^{\frac{m}{n}} = 5, \quad 10^m = 5^n, \quad 2^m \cdot 5^m = 5^n.$$

Но последнее равенство невозможно: число 2 входит в разложение левой части на простые множители, но не входит в аналогичное разложение для правой части, что противоречит единственности разложения целых чисел на простые множители. Поэтому исходное предположение неверно, и, следовательно, число $\lg 5$ иррационально.

Задание 4. Доказать, что для любых действительных чисел a и b $(a < b)$ найдется рациональное число c такое, что $a < c < b$. (Указание: для определенности числа a и b можем считать положительными).

Доказательство. Пусть

$$a = a_0, a_1 a_2 \ldots a_k \ldots > 0,$$
$$b = b_0, b_1 b_2 \ldots b_k \ldots > 0.$$

Если какое-нибудь из них является рациональным числом, выражающимся дробью с периодом 9, то запишем его в виде дроби с периодом 0. По условию $a < b$. Это означает, что существует неотрицательное число n такое, что $a_k = b_k \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1)$ и $a_n < b_n$. Поскольку цифра 9 не является периодом числа a, то найдется натуральное число $i > n$ такое, что $a_i \neq 9$. Рассмотрим рациональное число $c = c_0, c_1 c_2 \ldots c_i$, где $c_k = a_k \quad (k = 0, 1, \ldots i-1)$, $c_i = a_i + 1$. Число c больше a, так как $c_k = a_k \quad (k = 0, 1, i-1)$, а $c_i = a_i + 1 > a_i$, и меньше b, так как $c_k = a_k = b_k \quad (k = 0, 1, \ldots, n-1)$ и $c_n = a_n < b_n$. Итак, существует рациональное число c такое, что $a < c < b$.

Усвоение процедуры отыскания числа c такого, что $a < c < b$, можно проверить решением примера при конкретных значениях:

$$a = 0{,}1234559897\ldots,$$
$$b = 0{,}1234560001\ldots.$$

Задание 5. Сравнить числа

$\sqrt{2} - \sqrt{5}$ и $\sqrt{3} - 2$.

<u>Указание</u> к выполнению задания 5. Предположив, что верно неравенство

$$\sqrt{2} - \sqrt{5} < \sqrt{3} - 2,$$

провести надлежащие преобразования, приводящие к очевидному неравенству.

Задания для самоконтроля:

Задание 1.

1.1. Следующие числа представить в виде правильных рациональных дробей:

а) 1, (2); б) 3,00(3); в) 0,110(25).

1.2. Доказать, что число 0,1010010001 . . . иррационально. Выписать по три первых члена из последовательностей конечных десятичных дробей, приближающих это число с недостатком и с избытком.

1.3. Доказать, что следующие числа иррациональны:

а) $\sqrt[n]{p}$, p — простое число, $n > 1$;

б) $\log_3 p$, p — простое число.

Задание 2.

2.1. Найдите иррациональное число α, такое, что

$0{,}1234559897\ldots < \alpha < 0{,}1234560001\ldots$.

2.2. Докажите, что для любых действительных чисел a и b $(a < b)$ найдется иррациональное число α такое, что $a < \alpha < b$.

Задание 3. Сравнить указанные числа:

А) $\log_{1/2}\dfrac{1}{3}$ и $\log_{1/3}\dfrac{1}{2}$; б) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\lg\frac{1}{7}}$ и $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{\lg\frac{1}{5}}$.

ТЕМА 2. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ИХ ПРЕДЕЛЫ

Целесообразно начинать с рассмотрения примеров числовых последовательностей с выписыванием их нескольких первых членов:

1. Последовательность натуральных чисел

$$1, 2, \ldots, n, \ldots$$

2. Последовательность, заданная тем, что каждому натуральному числу соответствует обратное ему число,

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots .$$

3. Последовательность

$$-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5} \ldots .$$

Вспомнить из лекционного курса несколько определений последовательности действительных чисел:

1. Если каждому натуральному числу

$1, 2, \ldots, n, \ldots$

поставлено в соответствие определенное действительное число:

$$x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, \qquad (1)$$

то говорят, что задана последовательность действительных чисел.

2. Множество занумерованных действительных чисел (1) называют последовательностью действительных чисел.

3. С использованием термина «функция» и обозначения функции как отображения одного множества в другое можно сформулировать определение в виде: Последовательностью действительных чисел называется функция

$$f : N \to R,$$

определенная на множестве всех натуральных чисел.

4. Согласовывая данные выше определения, можно сказать, что совокупность действительных значений функции

$$x_n = f(n),$$

определенной на множестве всех натуральных чисел, называется последовательностью действительных чисел, если эти значения рассматриваются в порядке возрастания их аргументов, то есть записываются в виде (1). При этом число $x_n = f(n)$ называют n-м членом последовательности, а само число n — номером члена x_n.

Заметим, что последовательности в порядке нумерации их членов записывают для большей наглядности, см. запись (1). Во многих случаях является удобным задание последовательности формулой его общего члена: $x_n = f(n)$.

Задание 1.

1.1. Изобразите члены последовательностей 1 — 3 на числовой прямой. Указание: для каждой последовательности выбрать отдельную числовую прямую.

1.2. Напишите формулы общего члена каждой из последовательностей 1 — 3.

Для контроля дается один из ответов: 3. $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.

Задание 2.

2.1. Написать первые пять членов последовательности:

а) $x_n = 1 + (-1)^n \dfrac{1}{n}$; б) $x_n = \dfrac{3n+5}{2n-3}$.

2.2. Написать формулу общего члена последовательности:

а) $2, \dfrac{4}{3}, \dfrac{6}{5}, \dfrac{8}{7}, \dots;$

б) $-3, \dfrac{5}{3}, -\dfrac{7}{5}, \dfrac{9}{7}, -\dfrac{11}{9}, \dots$.

Задание 3. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) последовательность ограничена,

б) последовательность монотонно возрастает,

в) последовательность монотонно убывает.

Задание 4.

а) Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{n^2}{n^2+1}$$

возрастает.

Указание: для доказательства исследовать разность $x_{n+1} - x_n$.

б) Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$$

убывающая.

Указание: для доказательства исследовать отношение $\frac{x_{n+1}}{x_n}$.

Задание 5.

5.1. Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{n^3+1}{n^3+4}$$

ограничена.

Для доказательства использовать равенство

$$\frac{n^3+1}{n^3+4} = 1 - \frac{3}{n^3+4}.$$

5.2. Найти наибольший (наименьший) член ограниченной сверху (снизу) последовательности:

а) $x_n = 6n - n^2 - 5$,

б) $x_n = -\frac{n^2}{2^n}$.

Задания для самоконтроля:

Задание 1. Написать первые пять членов последовательности:

а) $x_n = n(1-(-1)^n)$,

б) $x_n = (-1)^n \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi n$.

Задание 2. Написать формулу общего члена последовательности:

а) $0,\ \ 2,\ \ 0,\ \ 2, \ldots;$

б) $1,\ \ 0,\ \ -3,\ \ 0,\ \ 5,\ \ 0,\ \ -7,\ \ 0, \ldots;$

в) $0,\ \ \frac{\sqrt{2}}{2},\ \ 1,\ \ \frac{\sqrt{2}}{2},\ \ 0,\ \ -\frac{\sqrt{2}}{2},\ \ -1,\ \ -\frac{\sqrt{2}}{2},\ \ 0, \ldots$.

Задание 3. Доказать, что последовательность

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

убывает.

Указание. Для доказательства исследовать отношение $\frac{x_{n-1}}{x_n}$, используя неравенство Бернулли в виде

$$\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\frac{n}{n^2-1}.$$

Задание 4. Найти наибольший (наименьший) член ограниченной сверху (снизу) последовательности:

а) $x_n = e^{10n-n^2-24}$,

б) $x_n = 3n^2 - 10n - 14$.

ТЕМА 3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

Задание 1. Изобразить члены данных последовательностей:

$$\left(\frac{2n}{n+1}\right):\ 1,\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{8}{5},\ \frac{5}{3},\ldots; \tag{1}$$

$$\left(2+\frac{(-1)^n}{n}\right):\ 1,\ \frac{5}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{9}{4},\ \frac{9}{5},\ldots \tag{2}$$

точками на числовой прямой (каждая последовательность на отдельной прямой).

Следует отметить, что эти последовательности ограничены, первая из которых является монотонной, а вторая — нет. Члены последовательностей (то есть точки, их изображающие) с ростом номера n все больше и больше сгущаются к числу 2, причем, для последовательности (1) сгущение происходит только слева, а для последовательности (2) — слева и справа. Значит, члены последовательностей (1) и (2) обладают общим свойством: по мере роста их номеров они все ближе становятся к числу 2. Близость членов последовательности к числу 2 можно охарактеризовать абсолютной величиной разности между членом x_n и числом 2, то есть величиной

$$|x_n - 2|.$$

С ростом номера n эта величина для обеих последовательностей уменьшается. Например, для последовательности (1) имеем

$$|x_n - 2| = \left|\frac{2n}{n+1} - 2\right| = \left|-\frac{2}{n+1}\right| = \frac{2}{n+1}.$$

Отсюда при $n = 100$ находим

$$|x_n - 2| = \frac{2}{100+1} < 0,02.$$

Для последовательности (2) имеем

$$|x_n - 2| = \left|\frac{(-1)^n}{n}\right| = \frac{1}{n},$$

откуда при $n = 100$ получаем

$$|x_n - 2| = \frac{1}{100} = 0,01 < 0,02.$$

Рассмотренные примеры позволяют сформулировать такое предложение, которое является предварительным шагом к строгому определению предела последовательности: Число 2, к которому приближаются члены последовательности по мере роста их номеров, можно называть пределом этой последовательности.

В рассматриваемых примерах члены последовательностей по мере роста их номеров приближаются к числу 2. В общем случае последовательности

$$(x_n): \quad x_1, \quad x_2, \ldots, \quad x_n, \ldots$$

это может быть некоторое число a. При этом вместо выражения « члены последовательности приближаются к числу a» в математике говорят, что величина $|x_n - a|$ становится «как угодно малой». А последнее выражение означает, что $|x_n - a|$ может быть меньше любого числа $\varepsilon > 0$, то есть

$$|x_n - a| < \varepsilon .$$

Конечно, это неравенство не обязано выполняться для всех номеров n, но оно должно выполняться для всех достаточно больших номеров n.

Обучающиеся теперь сами могут сформулировать строгое определение предела последовательности: Число a называется пределом последовательности (x_n), если для любого положительного числа $\varepsilon > 0$ существует номер $N = N(\varepsilon)$ такой, что при $n > N$ выполняется неравенство

$$|x_n - a| < \varepsilon . \qquad (3)$$

При этом пишут: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$.

Важно подчеркнуть в этом определении зависимость N от ε. Нетрудно усмотреть характер этой зависимости: чем меньше ε, тем больше нужно брать N, чтобы выполнялось неравенство (3).

Задание 2. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

а) последовательность $x_n = \dfrac{n+1}{n}$ имеет предел, равный 1, то есть $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+1}{n} = 1$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n+1} = 1$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{a^n} = 0 \quad (a > 1)$.

Рассмотрим пример а). Согласно определению предела последовательности надо доказать, что, каково бы число $\varepsilon > 0$ мы ни Взяли, взяли для него найдется натуральное число N, зависящее от ε, такое, что для всех $n > N$ имеет место неравенство:

$$|x_n - 1| < \varepsilon .$$

Возьмем любое $\varepsilon > 0$. Так как

$$|x_n - 1| = \left| \frac{n+1}{n} - 1 \right| = \frac{1}{n},$$

то для отыскания N достаточно решить неравенство $\frac{1}{n} < \varepsilon$. Отсюда имеем $n > \frac{1}{\varepsilon}$ и, следовательно, за N можно взять целую часть от $\frac{1}{\varepsilon}$: $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$. Таким образом, для заданного $\varepsilon > 0$ найдем номер $N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ такой, что для всех $n > N$ выполняется неравенство $\left|\frac{n+1}{n} - 1\right| < \varepsilon$, что по определению означает

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n} = 1.$$

Пример б) предоставляется обучающимся для самостоятельного решения на местах. Правильность решения проверяется на доске.

Для доказательства в) согласно определению предела последовательности, для произвольного $\varepsilon > 0$ требуется найти номер $N = N(\varepsilon)$ такой, что при $n > N$ выполнялось бы неравенство $\frac{1}{a^n} < \varepsilon$. Отсюда $n > \log_a \frac{1}{\varepsilon}$. Получаем $N(\varepsilon) = \left[\log_a \frac{1}{\varepsilon}\right]$. Тогда для всех $n > N = N(\varepsilon) = \left[\log_a \frac{1}{\varepsilon}\right]$ и любого $\varepsilon > 0$ выполняется неравенство $\frac{1}{a^n} = \left|\frac{1}{a^n} - 0\right| < \varepsilon$. Следовательно, $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{a^n} = 0 \quad (a > 1)$, что и требовалось доказать.

Задание 3. Дана числовая последовательность $x_n = \frac{n}{n+1}$. Определить номер $N_i = N(\varepsilon)$ такой, что для любого $n > N_i$ выполняется неравенство $|x_n - 1| < \varepsilon_i$, если

$$\varepsilon_1 = 0,3;\ \varepsilon_2 = 0,25\ ;\ \varepsilon_3 = 0,15.$$

Это задание является продолжением примера б) из предыдущего задания. Для данной числовой последовательности найдена зависимость N от ε:

$$N = N(\varepsilon) = \left[\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right].$$

Для $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0,3$ находим соответствующий номер $N_1 = N(\varepsilon_1) = 2$. Члены данной последовательности с номерами $n > 2$ принадлежат интервалу

$$(1 - 0,3; 1 + 0,3),$$

а члены с номерами 1 и 2 расположены вне этого интервала. Для значений $\varepsilon_2 = 0,25$ и $\varepsilon_3 = 0,15$ находим соответственно номера:

$$N_2 = N(\varepsilon_2) = 3,\quad N_3 = N(\varepsilon_3) = 5.$$

Мы видим, что различным значениям ε соответствуют различные значения номера N. Причем, убеждаемся в том, что чем меньше ε, те больше значение соответствующего номера N.

Задания для самоконтроля:

Задание 1. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{n} = 2$,

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n+2}{n+1}=3$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{3n}=\frac{1}{3}$,

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5n^2}{n^2+1}=5$,

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-1}{2^n}=1$.

Задание 2.

2.1. Дана числовая последовательность $x_n=\frac{2n-1}{n}$. Определить номер $N_i=N(\varepsilon)$ такой, что для любого $n>N_i$ выполняется неравенство $|x_n-2|<\varepsilon_i$, если $\varepsilon_1=0,5$; $\varepsilon_2=0,2$; $\varepsilon_3=0,1$.

2.2. Пусть числовая последовательность (x_n) задана так, что ее n-ый член $x_n=0,33\ldots3$ содержит n троек после запятой. Для $\varepsilon=0,001$ определить номер $N=N(\varepsilon)$ такой, что $\left|x_n-\frac{1}{3}\right|<\varepsilon$ при всех $n>N$. Дать геометрическое истолкование равенству $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\frac{1}{3}$.

Задание 3. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) число a есть предел последовательности (x_n);

б) последовательность (x_n) — бесконечно малая и бесконечно большая;

в) число a есть предельная точка последовательности.

ТЕМА 4. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ

Задание 1. Сформулируйте отрицание определения 1.

Начало этого предложения может быть таким: Число A не является пределом функции $f(x)$ в точке a, если . . .

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне показать:

а) если $f(x)=C=const$, то $\lim\limits_{x\to a}f(x)=C$ для любого $a\in R$;

б) функция $f(x)=\sin\frac{1}{x}$, определенная для всех $x\neq 0$, в точке $x=0$ не имеет предела;

в) функция Дирихле

$$f(x)=\begin{cases}1, \text{ если } x \text{ — рационально,}\\ 0, \text{ если } x \text{ — иррационально}\end{cases}$$

не имеет предела ни в одной точке a числовой прямой R.

Решения: а) Пусть

$$x_1, \quad x_2, \ldots, x_n, \ldots \tag{1}$$

любая последовательность, сходящаяся к a. Соответствующая последовательность значений функции имеет вид

$$C, \quad C, \ldots, C, \ldots \tag{2}$$

так как $f(x_n) = C$. Последовательность (2) имеет пределом число C, то есть $f(x_n) \to C$ (для **любой** последовательности (1), сходящейся к a). Имеем

$$\lim_{x \to a} f(x) = C.$$

б) Возьмем две последовательности значений аргумента

$$(x_n): \frac{1}{\pi}, \quad \frac{1}{2\pi}, \ldots, \frac{1}{n\pi}, \ldots$$

$$(\tilde{x}_n): \frac{2}{\pi}, \quad \frac{2}{5\pi}, \ldots, \frac{2}{(4n-3)\pi}, \ldots$$

сходящиеся к нулю. Так как

$$f\left(\frac{1}{n\pi}\right) = \sin n\pi = 0$$

при любом n, а

$$f\left(\frac{2}{(4n-3)\pi}\right) = \sin\frac{(4n-3)\pi}{2} = \sin\left[2(n-1)\pi + \frac{\pi}{2}\right] = 1,$$

то имеем

$$\lim_{n \to \infty} f\left(\frac{1}{n\pi}\right) = 0, \quad \lim_{n \to \infty} f\left(\frac{2}{(4n-3)\pi}\right) = 1.$$

Таким образом, для двух сходящихся к нулю последовательностей значений аргумента соответствующие последовательности значений функции имеют разные пределы. А это по определению 1 предела функции и означает, что предел функции $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ при $x \to 0$ не существует.

в) В самом деле, для любой последовательности рациональных значений аргумента (x_n), сходящейся к a, имеем $f(x_n) \to 1$, а для любой последовательности иррациональных значений аргумента $(\tilde{x}_n)$, сходящейся к a — $f(\tilde{x}_n) \to 0$.

<u>**Задание для самоконтроля:**</u>

Задание 1. Пользуясь определением предела функции «на языке последовательностей», докажите единственность предела функции в точке.

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне, покажите, что

а) если $f(x) = x$, то $\lim\limits_{x \to a} f(x) = a$ для любого $a \in R$;

б) функция $f(x) = \sin\frac{1}{x-1}$ не имеет предела при $x \to 1$;

в) функция $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ имеет предел при $x \to 1$ и он равен 2.

ТЕМА 5. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ

Задание 1.

1.1. Сформулируйте отрицание определения 2.

После того, как обучающиеся предложат свои варианты самостоятельного выполнения задания, уточняющим может быть следующее определение:

Определение. Число A не является пределом функции $f(x)$ в точке a, если существует число $\varepsilon > 0$ такое, что для любого числа $\delta > 0$ существует

$$x \in \dot{U}(a, \delta)$$

такой, что выполняется неравенство

$$|f(x) - A| \geq \varepsilon .$$

1.2. Используя различные равносильные формы условий (1) и (2), сформулируйте соответствующие определения предела функции.

Выполнение этого задания может быть облегчено, если предложить один из вариантов такого определения: Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке a, если для любой ε-окрестности числа A можно найти такую проколотую δ-окрестность точки a, что для всех $x \in \dot{U}(a, \delta)$ соответствующие значения функции $f(x)$ содержаться в $U(A, \varepsilon)$.

Геометрическую интерпретацию понятия предела функции, данного определением 2 «на языке $\varepsilon - \delta$», можно рассмотреть на конкретном примере. Например, выполнив задание 4: Исследовать функцию

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} .$$

Эта функция определена при всех $x \in R$, кроме $x = 2$, причем, $f(x) = x + 1$ при $x \neq 2$. Построив график данной функции, можно увидеть, что значения функции близки к 3, если значения x близки к 2 $(x \neq 2)$. Последнее предложение приобретает точный смысл, если воспользоваться определением предела функции по Коши. Пусть задано любое число $\varepsilon > 0$. Попытаемся найти такое число $\delta > 0$, что для всех $x \in \dot{U}(2, \delta)$ значения функции $f(x)$ отличались бы от числа 3 по абсолютной величине меньше, чем на ε:

$$\left| \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} - 3 \right| < \varepsilon .$$

Последнее условие при $x \neq 2$ равносильно неравенству $|x - 2| < \varepsilon$. Отсюда видно, что в данном примере можно взять $\delta = \varepsilon$.

Итак, получаем геометрическую картину: какова бы ни была полоса, ограниченная прямыми

$$y = 3 - \varepsilon, \quad y = 3 + \varepsilon ,$$

найдется на оси Ox интервал

$$(2 - \delta, \quad 2 + \delta) ,$$

где $\delta = \varepsilon$, такой, что все точки графика функции $f(x)$, соответствующие этому интервалу (кроме точки с абсциссой $x = 2$) лежат внутри этой полосы. Заметим, что с изменением ε меняется соответствующим образом δ. Существенной частью в выполнении этого задания является построение геометрической картины.

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Коши, покажите, что

а) если $f(x)=C=const$, то $\lim\limits_{x\to a} f(x)=C$ для любого $a\in R$;

б) если $f(x)=x$, то $\lim\limits_{x\to a} f(x)=a$ для любого $a\in R$;

в) если $f(x)=3x-1$, то $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$ и выяснить каковы должны быть δ при значениях ε:

$$\varepsilon_1=0,9;\quad \varepsilon_2=0,6;\quad \varepsilon_3=0,3.$$

Решения: а) Так как

$$|f(x)-C|=|C-C|=0,$$

то неравенство

$$|f(x)-C|<\varepsilon$$

выполняется для любого $\varepsilon>0$ и любого $x\in R$. Так что за δ можно принять любое положительное число.

б) Так как

$$|f(x)-a|=|x-a|,$$

то для любого $\varepsilon>0$ положив $\delta=\varepsilon$, получим

$$|f(x)-a|=|x-a|<\varepsilon$$

для всех, удовлетворяющих неравенству

$$|x-a|<\delta=\varepsilon.$$

в) Нам надо доказать, что для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta>0$, что из неравенств

$$0<|x-1|<\delta$$

следует, что

$$|f(x)-2|<\varepsilon.$$

Зададим $\varepsilon>0$ и рассмотрим выражение

$$|f(x)-2|=|3x-1-2|=3|x-1|.$$

Если взять $\delta=\varepsilon/3$, то для всех значений x, удовлетворяющих условию

$$|x-1|<\delta$$

будет выполняться условие

$$|f(x)-2|=3|x-1|<3\delta=3\cdot\frac{\varepsilon}{3}=\varepsilon.$$

Следовательно,

$$\lim_{x\to 1}(3x-1)=2.$$

Число δ определяется соотношением $\delta=\varepsilon/3$. При значениях ε:

$$\varepsilon_1=0,9;\quad \varepsilon_2=0,6;\quad \varepsilon_3=0,3$$

находим соответствующие значения δ:

$$\delta_1=0,3;\quad \delta_2=0,2;\quad \delta_3=0,1.$$

Задания для самоконтроля:

Задание 3. Пользуясь только определением предела функции по Коши, доказать, что

$$\lim_{x\to a} f(x) = A$$

и найти соответствующие значения $\delta = \delta(\varepsilon)$, если:

а) $f(x) = x^2, \quad a = 2, \quad A = 4$;

б) $f(x) = \dfrac{1}{x}, \quad a = 1, \quad A = 1$;

в) $f(x) = \lg x, \quad a = 1, \quad A = 0$;

$\varepsilon: \ \varepsilon_1 = 0{,}1; \quad \varepsilon_2 = 0{,}01; \quad \varepsilon_3 = 0{,}001.$

Задание 4. Пользуясь определением предела функции, докажите, что если функция $f(x)$ в точке a имеет предел то существует такая проколотая окрестность точки a, в которой эта функция ограничена.

ТЕМА 6. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Задание 1. Сформулируйте отрицание определения 1.

Начало этого предложения может быть таким: Число A не является пределом функции *f(x)* в точке *a*, если . . .

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне показать:

а) если $f(x) = C = const$, то $\lim_{x\to a} f(x) = C$ для любого $a \in R$;

б) функция $f(x) = \sin\dfrac{1}{x}$, определенная для всех $x \neq 0$, в точке $x = 0$ не имеет предела;

в) функция Дирихле

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{ если } x \text{ — рационально,} \\ 0, \text{ если } x \text{ — иррационально} \end{cases}$$

не имеет предела ни в одной точке a числовой прямой R.

Задания для самоконтроля:

Задание 1. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) число a есть предел последовательности (x_n);

б) последовательность (x_n) — бесконечно малая и бесконечно большая;

в) число a есть предельная точка последовательности.

ТЕМА 7. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Задание 1. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что а) последовательность $x_n = \dfrac{n+1}{n}$ имеет предел, равный 1, то есть $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n} = 1$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1} = 1$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{a^n} = 0 \quad (a > 1)$.

Рассмотрим пример а). Согласно определению предела последовательности надо доказать, что, каково бы число $\varepsilon > 0$ мы ни Взяли, взяли для него найдется натуральное число N, зависящее от ε, такое, что для всех $n > N$ имеет место неравенство:

$$|x_n - 1| < \varepsilon.$$

Возьмем любое $\varepsilon > 0$. Так как

$$|x_n - 1| = \left|\frac{n+1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n},$$

то для отыскания N достаточно решить неравенство $\dfrac{1}{n} < \varepsilon$. Отсюда имеем $n > \dfrac{1}{\varepsilon}$ и, следовательно, за N можно взять целую часть от $\dfrac{1}{\varepsilon}$: $N = \left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$. Таким образом, для заданного $\varepsilon > 0$ найдем номер $N = \left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$ такой, что для всех $n > N$ выполняется неравенство $\left|\dfrac{n+1}{n} - 1\right| < \varepsilon$, что по определению означает

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n} = 1.$$

Пример б) предоставляется обучающимся для самостоятельного решения на местах. Правильность решения проверяется на доске.

Для доказательства в) согласно определению предела последовательности, для произвольного $\varepsilon > 0$ требуется найти номер $N = N(\varepsilon)$ такой, что при $n > N$ выполнялось бы неравенство $\dfrac{1}{a^n} < \varepsilon$. Отсюда $n > \log_a \dfrac{1}{\varepsilon}$. Получаем $N(\varepsilon) = \left[\log_a \dfrac{1}{\varepsilon}\right]$. Тогда для всех $n > N = N(\varepsilon) = \left[\log_a \dfrac{1}{\varepsilon}\right]$ и любого $\varepsilon > 0$ выполняется неравенство $\dfrac{1}{a^n} = \left|\dfrac{1}{a^n} - 0\right| < \varepsilon$. Следовательно, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{a^n} = 0 \quad (a > 1)$, что и требовалось доказать.

Задание 2. Дана числовая последовательность $x_n = \dfrac{n}{n+1}$. Определить номер $N_i = N(\varepsilon)$ такой, что для любого $n > N_i$ выполняется неравенство $|x_n - 1| < \varepsilon_i$, если

$$\varepsilon_1 = 0{,}3;\ \varepsilon_2 = 0{,}25;\ \varepsilon_3 = 0{,}15.$$

Это задание является продолжением примера б) из предыдущего задания. Для данной числовой последовательности найдена зависимость N от ε:

$$N = N(\varepsilon) = \left[\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right].$$

Для $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0,3$ находим соответствующий номер $N_1 = N(\varepsilon_1) = 2$. Члены данной последовательности с номерами $n > 2$ принадлежат интервалу

$$(1-0,3; 1+0,3),$$

а члены с номерами 1 и 2 расположены вне этого интервала. Для значений $\varepsilon_2 = 0,25$ и $\varepsilon_3 = 0,15$ находим соответственно номера:

$$N_2 = N(\varepsilon_2) = 3, \quad N_3 = N(\varepsilon_3) = 5.$$

Мы видим, что различным значениям ε соответствуют различные значения номера N. Причем, убеждаемся в том, что чем меньше ε, те больше значение соответствующего номера N.

Задания для самоконтроля:

Задание 1. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{n} = 2$,
2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+2}{n+1} = 3$,
3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{3n} = \dfrac{1}{3}$,
4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2}{n^2+1} = 5$,
5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{2^n} = 1$.

ТЕМА 8. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Усвоение важного понятия предела функции, лежащего в основе всего математического анализа. При изучении этого понятия необходимо восстановить в памяти ранее изученное понятие предела последовательностей, являющихся частным случаем функций, а именно, функций, заданных на множестве всех натуральных чисел. Существенную роль в определении понятия предела играет понятие близости. В какой-то мере обучающиеся могли убедиться в этом при изучении предела последовательности. Теперь рассматриваем общий случай, когда имеется произвольная функция $y = f(x)$ с областью определения D_f. Приступая к введению понятия предела функции $y = f(x)$ в точке a, мы имеем дело с поведением функции при приближении переменной x, принадлежащей некоторому множеству $X \subset D_f$, к точке a. К этой точке a можно приблизиться только в том случае, если точки множества X находятся достаточно близко от точки a. Точнее говоря, чтобы в любой окрестности точки a содержались бы точки множества X, отличные от точки a, то есть точка a должна быть предельной для множества X. При этом значение функции в самой точке a мы не учитываем. В этой точке рассматриваемая функция может быть даже неопределенной. Высказанная выше мысль может быть выражена условием: существует проколотоя окрестность точки a: $\dot{U}(a) \subset D_f$ (a — предельная точка множества $\dot{U}(a)$).

Определение 1 («на языке последовательностей», по Гейне). Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке a или при x, стремящемся к a, если для любой последовательности

$$x_1, \quad x_2, \dots, \quad x_n, \dots,$$

сходящейся к a и такой, что $x_n \in \dot{U}(a)$ для всех $n \in \boldsymbol{N}$ соответствующая последовательность значений функции

$$f(x_1), \quad f(x_2), \dots, \quad f(x_n), \dots$$

сходится к числу A.

В определении 1 существенным является то, что для **любой** последовательности (x_n) из условия

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a$$

следует равенство

$$\lim_{n\to\infty} f(x_n) = A.$$

Факт того, что число A является пределом функции $f(x)$ в точке a записывают так

$$\lim_{x\to a} f(x) = A.$$

Задания для самоконтроля:

Задание 1. Сформулируйте отрицание определения 1.

Начало этого предложения может быть таким: Число A не является пределом функции $f(x)$ в точке a, если . . .

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне показать:

а) если $f(x) = C = const$, то $\lim\limits_{x\to a} f(x) = C$ для любого $a \in R$;

б) функция $f(x) = \sin\dfrac{1}{x}$, определенная для всех $x \neq 0$, в точке $x = 0$ не имеет предела;

в) функция Дирихле

$$f(x) = \begin{cases} 1, \text{ если } x \text{ — рационально,} \\ 0, \text{ если } x \text{ — иррационально} \end{cases}$$

не имеет предела ни в одной точке a числовой прямой R.

ТЕМА 9. НЕСОБСТВЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Задание 1. Пользуясь определением предела функции «на языке последовательностей», докажите единственность предела функции в точке.

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне, покажите, что

а) если $f(x) = x$, то $\lim\limits_{x\to a} f(x) = a$ для любого $a \in R$;

б) функция $f(x)=\sin\frac{1}{x-1}$ не имеет предела при $x\to 1$;

в) функция $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ имеет предел при $x\to 1$ и он равен 2.

Задания для самоконтроля:

Задание 1.

1.1. Сформулируйте отрицание определения 2.

После того, как обучающиеся предложат свои варианты самостоятельного выполнения задания, уточняющим может быть следующее определение:

Определение. Число A не является пределом функции $f(x)$ в точке a, если существует число $\varepsilon>0$ такое, что для любого числа $\delta>0$ существует

$$x\in \dot{U}(a,\delta)$$

такой, что выполняется неравенство

$$|f(x)-A|\geq \varepsilon.$$

1.2. Используя различные равносильные формы условий (1) и (2), сформулируйте соответствующие определения предела функции.

Выполнение этого задания может быть облегчено, если предложить один из вариантов такого определения: Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке a, если для любой ε-окрестности числа A можно найти такую проколотую δ-окрестность точки a, что для всех $x\in \dot{U}(a,\delta)$ соответствующие значения функции $f(x)$ содержаться в $U(A,\varepsilon)$.

Геометрическую интерпретацию понятия предела функции, данного определением 2 «на языке $\varepsilon-\delta$», можно рассмотреть на конкретном примере. Например, выполнив задание 4: Исследовать функцию

$$f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-2}.$$

Эта функция определена при всех $x\in R$, кроме $x=2$, причем, $f(x)=x+1$ при $x\neq 2$. Построив график данной функции, можно увидеть, что значения функции близки к 3, если значения x близки к 2 $(x\neq 2)$. Последнее предложение приобретает точный смысл, если воспользоваться определением предела функции по Коши. Пусть задано любое число $\varepsilon>0$. Попытаемся найти такое число $\delta>0$, что для всех $x\in \dot{U}(2,\delta)$ значения функции $f(x)$ отличались бы от числа 3 по абсолютной величине меньше, чем на ε:

$$\left|\frac{x^2-x-2}{x-2}-3\right|<\varepsilon.$$

Последнее условие при $x\neq 2$ равносильно неравенству $|x-2|<\varepsilon$. Отсюда видно, что в данном примере можно взять $\delta=\varepsilon$.

Итак, получаем геометрическую картину: какова бы ни была полоса, ограниченная прямыми

$$y=3-\varepsilon,\quad y=3+\varepsilon,$$

найдется на оси Ox интервал

$$(2-\delta,\quad 2+\delta),$$

где $\delta = \varepsilon$, такой, что все точки графика функции $f(x)$, соответствующие этому интервалу (кроме точки с абсциссой $x = 2$) лежат внутри этой полосы. Заметим, что с изменением ε меняется соответствующим образом δ. Существенной частью в выполнении этого задания является построение геометрической картины.

ТЕМА 10. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

Задание 1. Пользуясь определением предела функции по Коши, покажите, что

а) если $f(x) = C = const$, то $\lim\limits_{x \to a} f(x) = C$ для любого $a \in R$;

б) если $f(x) = x$, то $\lim\limits_{x \to a} f(x) = a$ для любого $a \in R$;

в) если $f(x) = 3x - 1$, то $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 2$ и выяснить каковы должны быть δ при значениях ε:

$$\varepsilon_1 = 0{,}9; \quad \varepsilon_2 = 0{,}6; \quad \varepsilon_3 = 0{,}3.$$

Решения: а) Так как

$$|f(x) - C| = |C - C| = 0,$$

то неравенство

$$|f(x) - C| < \varepsilon$$

выполняется для любого $\varepsilon > 0$ и любого $x \in R$. Так что за δ можно принять любое положительное число.

б) Так как

$$|f(x) - a| = |x - a|,$$

то для любого $\varepsilon > 0$ положив $\delta = \varepsilon$, получим

$$|f(x) - a| = |x - a| < \varepsilon$$

для всех, удовлетворяющих неравенству

$$|x - a| < \delta = \varepsilon.$$

в) Нам надо доказать, что для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$, что из неравенств

$$0 < |x - 1| < \delta$$

следует, что

$$|f(x) - 2| < \varepsilon.$$

Зададим $\varepsilon > 0$ и рассмотрим выражение

$$|f(x) - 2| = |3x - 1 - 2| = 3|x - 1|.$$

Если взять $\delta = \varepsilon / 3$, то для всех значений x, удовлетворяющих условию

$$|x - 1| < \delta$$

будет выполняться условие

$$|f(x) - 2| = 3|x - 1| < 3\delta = 3 \cdot \frac{\varepsilon}{3} = \varepsilon.$$

Следовательно,

$$\lim_{x \to 1} (3x - 1) = 2.$$

Число δ определяется соотношением $\delta = \varepsilon / 3$. При значениях ε:

$$\varepsilon_1 = 0,9; \quad \varepsilon_2 = 0,6; \quad \varepsilon_3 = 0,3$$

находим соответствующие значения δ:

$$\delta_1 = 0,3; \quad \delta_2 = 0,2; \quad \delta_3 = 0,1.$$

Задания для самоконтроля:

Задание 1. Пользуясь определением предела функции, докажите, что если функция $f(x)$ в точке a имеет предел то существует такая проколотая окрестность точки a, в которой эта функция ограничена.

Задание 2. Задание предполагает как элементарное исследование функций, так и исследование их с помощью производных первого и второго порядков. Полное исследование может быть проведено по следующей схеме.

А. Элементарное исследование:

1) найти область определение функции;
2) исследовать функцию на симметричность и периодичность;
3) вычислить предельные значения функции в интересующих точках;
4) выяснить существование асимптот;
5) определить необходимые точки пересечения графика функции с осями координат;
6) сделать эскиз графика функции, используя полученные результаты.

Б. Исследование функции с помощью первой производной:

1) найти точки, в которых первая производная равна нулю или ее не существует;
2) найти точки возможного экстремума;
3) найти точки экстремума и вычислить в них значения функции;
4) найти интервалы монотонности функции;
5) нанести на эскиз графика функции экстремальные точки;
6) уточнить вид графика функции согласно полученным результатам.

В. Исследование функции с помощью второй производной:

1) найти точки, в которых вторая производная равна нулю или ее не существует;
2) найти точки возможного перегиба;
3) найти точки перегиба и вычислить в них значения функции;
4) найти интервалы выпуклости и вогнутости графика функции;
5) нанести на эскиз графика точки перегиба;
6) уточнив вид графика функции, окончательно построить этот график.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Этапы формирования компетенций (разделы (темы) дисциплины)	Компетенции по дисциплине	Наименование оценочного средства
Тема 1. Действительные числа и числовые множества	ОК-3 ОПК-1	логическая схема, глоссарный тренинг
Тема 2. Понятие функции. Числовые последовательности и их пределы	ОК-3 ОПК-1	глоссарный тренинг, коллективный тренинг
Тема 3. Предел функции	ОК-3 ОПК-1	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 4. Непрерывные функции	ОПК-1 ОПК-2	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 5. Производные и дифференциалы	ОПК-1 ОПК-2	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 6. Основные свойства дифференцируемых функций и их приложения	ОПК-1 ОПК-2	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 7. Неопределенный интеграл	ОПК-2 ОПК-3	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 8. Определенный интеграл	ОПК-2 ОПК-3	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 9. Несобственный интеграл	ОПК-3 ПК-4	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 10. Приложения определенного интеграла	ОПК-3 ПК-4	Предэкзаменационное тестирование
Промежуточная аттестация		экзамен

ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Критериями и показателями оценивания компетенций на различных этапах их формирования являются:

- знание терминов, понятий, категорий, концепций и теорий по дисциплине;
- понимание связей между теорией и практикой;
- сформированность аналитических способностей в процессе изучения дисциплины;

- знание специальной литературы по дисциплине.

Критерии оценивания выполнения заданий по выявлению уровня сформированности компетенций для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
1	2	3	4	5
1	*Тест-тренинг*	Вид тренингового учебного занятия, задачей которого является закрепление учебного материала, а также проверка знаний обучающегося как по модулю дисциплины в целом, так и по отдельным темам модуля.	Система стандартизированных заданий	- от 0 до 69,9 % выполненных заданий – не зачтено; - 70 до 100 % выполненных заданий – зачтено.
2	*Эссе*	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме.	Тематика эссе	Оценивание осуществляется по трем уровням: 1. Роботизированное оценивание (входной автоматизированный контроль). 2. Экспертное оценивание обучающимися (взаимооценка). 3. Оценивание преподавателем. *Первый уровень «Роботизированное оценивание (входной автоматизированный контроль)».* *Критерии автоматизированного контроля эссе:* *критерии входного контроля:* - нормоконтроль; - проверка работы на соответствие фамилии, имени отчества, указанных в шаблоне работы данным обучаемого, который загружает работу. - проверка работы на деликты (проверка работы на наличие в ней фрагментов текстов с бессмысленным набором слов, заменой букв, использование суффиксов для словообразования и т.п.); *Оценочные критерии (критерии качества):* - соответствие нормам современного языка; - оригинальность (проверка работы на заимствование (плагиат)); - профессионализм (на основе сравнения эталонной семантической сети

				и семантической сети эссе); - общий культурный уровень; - актуальность. *Второй уровень «Экспертное оценивание обучающимися (взаимооценка)».* *Критерии экспертной оценки эссе:* 1) наличие деликтов (проверка работы на наличие в ней фрагментов текстов с бессмысленным набором слов, заменой букв, использование суффиксов для словообразования и т.п.); 2) соответствие содержания письменной работы её теме, полнота раскрытия темы (оценка того, насколько содержание письменной работы соответствует заявленной теме и в какой мере тема раскрыта автором); 3) актуальность использованных источников (оценка того, насколько современны (по годам выпуска) источники, использованные при выполнении работы); 4) использование профессиональной терминологии (оценка того, в какой мере в работе отражены профессиональные термины и понятия, свойственные теме работы); 5) стилистика письменной речи (оценка структурно-смысловой организации текста, внутренней целостности, соразмерности членения на части, соподчиненности компонентов работы друг другу и целому); 6) грамотность текста (оценка того, насколько владеет автор навыками письма в соответствии с грамматическими нормами языка. Проверка текста на наличие грамматических ошибок, употребление штампов, то есть избитых выражений; употребление слов-паразитов; ошибочное словообразование; ошибки в образовании словоформ; ошибки в пунктуации и т.п.); 7) наличие собственного отношения автора к рассматриваемой проблеме/теме (насколько точно и аргументировано выражено отношение автора к теме письменной работы): По каждому критерию обучающийся оценивает работу и проставляет балл

				от 0 до 10, затем на основе данных баллов выставляется предварительная оценка эссе по формальным признакам: - от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено; - 50% до 100% выполненного задания - зачтено *Третий уровень «Оценивание преподавателем» (выставление итоговой оценки)* Преподаватель, оценивая эссе, может использовать результаты предыдущих двух этапов. При выставлении «зачтено» опирается на следующие критерии: *Критерии оценки эссе преподавателем:* - качество исходного материала, который использован (аналитический анализ прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме); - качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы); - аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в авторском тексте проблемами).
3	*Коллективный тренинг (КТ) Различают несколько видов коллективных тренингов: дискуссия, деловая игра, «круглый стол»*	Коллективное занятие по заранее разработанному сценарию с использованием активных методов обучения. Деловая и/или ролевая игра - совместная деятельность группы обучающихся и преподавателя под управлением преподавателя с целью решения учебных и профессионально-ориентированных задач путем игрового моделирования реальной проблемной ситуации. Позволяет оценивать умение анализировать и решать типичные профессиональные задачи. «Круглый стол», дискуссия – интерактивные учебные занятия, позволяющие включить	Тема (проблема) игрового взаимодействия, функционал ролей, ожидаемый (планируемый) результат по итогам игрового взаимодействия Тема (проблема), концепция, роли и ожидаемый результат по	«*Неудовлетворительно*» - репродуктивный уровень (обучающийся в процессе обсуждения проблемного вопроса участвует не активно, только краткими репликами, не демонстрирует владение теоретической основой обсуждаемой темы, не аргументирует свою точку зрения; не выполняет функционал своей роли в деловой игре); «*Удовлетворительно*» - репродуктивный уровень с элементами продуктивных предложений (обучающийся демонстрирует владение различными подходами к теоретическому основанию обсуждаемой проблематики, предлагает свои варианты действия; выполняет основные функции своей роли в деловой игре); «*Хорошо*» - поисково-исследовательский уровень (обучающийся корректно и адекватно при-

		обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения. Занятие может проводиться по традиционной (контактной) технологии, либо с использованием телекоммуникационных технологий.	каждой игре Перечень дискуссионных тем, тем презентаций для проведения круглого стола, дискуссии	меняет полученную междисциплинарную информацию в нестандартных ситуациях, приводит примеры, иллюстрирующие теоретические позиции обсуждаемого вопроса, проявляет целесообразную инициативу в процессе выполнения функций своей роли в деловой игре); «*Отлично*» - креативный уровень (обучающийся моделирует новое аргументированное видение заданной проблемы).
4	*Логическая схема (ЛС)*	Схематическое представление некоторого объема знаний по учебной дисциплине (модулю), выраженных в специальных, присущих только этой дисциплине (модулю) терминах и категориях, по принципу иерархии и взаимосвязей между различными структурными звеньями.	Задания по систематизации, схематизации научного аппарата дисциплины	- от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено; - 50% до 100% выполненного задания - зачтено.
5	*Глоссарный тренинг (ГТ)*	Учебное занятие с применением технических средств с целью усвоения понятий и терминов (глоссария).	Комплект заданий для работы по усвоению научного аппарата дисциплины	- от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено; - 50% до 100% выполненного задания - зачтено.
6	*Экзамен, дифференцированный зачет*	Контрольное мероприятие, которое проводится по дисциплинам в виде, предусмотренном учебным планом, по окончании их изучения. Занятие аудиторное, проводится в форме письменной работы или в электронном виде с использованием информационных тестовых систем.	Экзаменационные билеты/ Билеты для дифференцированного зачета	Шкала и критерии оценки уровня сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине в форме бальной отметки приведены ниже. При использовании информационных тестовых систем руководствуются следующими критериями: - от 0 до 49,9 % выполненных заданий – неудовлетворительно; - от 50% до 69,9% - удовлетворительно; - от 70% до 89,9% - хорошо; - от 90% до 100%- отлично
7	*Зачет*	Форма проверки знаний и навыков студентов, полученных на семинарских и практических занятиях, а также их обязательных самостоятельных работ.	Вопросы для подготовки к зачету Система тестовых	Шкала и критерии оценки уровня сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине в системе «зачтено-незачтено» приведены ниже.

		Занятие аудиторное, может проводиться как в форме собеседования, так и в виде тестирования с использованием информационных тестовых систем или тестовых заданий.	заданий	При использовании информационных тестовых систем или тестовых заданий руководствуются следующими критериями: - от 0 до 65,9% выполненного задания - не зачтено; - 66% до 100% выполненного задания - зачтено.

Показателем оценивания компетенций в рамках образовательной программы считается уровень их освоения обучающимися.

Характеристика уровней освоения компетенций

Уровни	Содержание	Проявления
Минимальный	Обучающийся обладает необходимой системой знаний и владеет некоторыми умениями	Обучающийся способен понимать и интерпретировать освоенную информацию, что является основой успешного формирования умений и навыков для решения практико-ориентированных задач
Базовый	Обучающийся демонстрирует результаты на уровне осознанного владения учебным материалом и учебными умениями, навыками и способами деятельности	Обучающийся способен анализировать, проводить сравнение и обоснование выбора методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях
Продвинутый	Достигнутый уровень является основой для формирования общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, соответствующих требованиям ФГОС ВО.	Обучающийся способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практико-ориентированных ситуациях

Уровень сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки по ряду критериев:

"Отлично" заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять практические задания, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.

"Хорошо" заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

"Удовлетворительно" заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по направлению подготовки, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

"Неудовлетворительно" выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании ВУЗа без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Шкала оценки письменных ответов по дисциплине

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Отлично	Материал раскрыт полностью, изложен логично, без существенных ошибок, выводы доказательны и опираются на теоретические знания
2	Хорошо	Основные положения раскрыты, но в изложении имеются незначительные ошибки выводы доказательны, но содержат отдельные неточности
3	Удовлетворительно	Изложение материала не систематизированное, выводы недостаточно доказательны, аргументация слабая.
4	Неудовлетворительно	Не раскрыто основное содержание материала, обнаружено не знание основных положений темы. Не сформированы компетенции, умения и навыки. Ответ на вопрос отсутствует

Шкала оценки в системе «зачтено – не зачтено»

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Зачтено	Достаточный объем знаний в рамках изучения дисциплины В ответе используется научная терминология. Стилистическое и логическое изложение ответа на вопрос правильное Умеет делать выводы без существенных ошибок Владеет инструментарием изучаемой дисциплины, умеет его использовать в решении стандартных (типовых) задач.

		Ориентируется в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине. Активен на практических (лабораторных) занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.
2	Не зачтено	Недостаточно полный объем знаний в рамках изучения дисциплины (обучающийся не справился с 50% вопросов и заданий преподавателя, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки) В ответе не используется научная терминология. Изложение ответа на вопрос с существенными стилистическими и логическими ошибками. Не умеет делать выводы по результатам изучения дисциплины Слабое владение инструментарием изучаемой дисциплины, не компетентность в решении стандартных (типовых) задач. Не умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине. Пассивность на практических (лабораторных) занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий. Не сформированы компетенции, умения и навыки. Отказ от ответа или отсутствие ответа.

Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на практических занятиях.

В целом шкала оценивания в зависимости от уровня освоения компетенций выглядит следующим образом:

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

Качество освоения программы дисциплины	Уровень достижений	Отметка в 5-балльной шкале	Зачтено/ не зачтено
90-100%	продвинутый	«5» (отлично)	зачтено
66 -89%	базовый	«4» (хорошо)	зачтено
50 -65 %	минимальный	«3» (удовлетворительно)	зачтено
меньше 50%	ниже минимального	«2» (неудовлетворительно)	не зачтено

ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Построение множества действительных чисел. Аксиома непрерывности. Геометрическое изображение действительных чисел.
2. Числовые промежутки. Окрестности. Ограниченные и неограниченные множества. Принцип Вейерштрасса.
3. Понятие функции. Способы задания. Поведение функций. Сложная и обратная функции.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности и основные его свойства.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
6. Предел суммы, произведения и частного последовательностей.
7. Ограниченность сходящейся последовательности. Предельный переход в неравенствах.
8. Признак сходимости монотонных последовательностей. Число e.
9. Определения предела функции по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
10. Свойства пределов функций и свойства функций, имеющих предел.
11. Односторонние пределы. Предел функции «на бесконечности». Горизонтальная асимптота.
12. Предел сложной функции. Замечательные пределы.
13. Бесконечно малые функции и их сравнение. Бесконечно большие функции и вертикальные асимптоты.
14. Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции.
15. Точки разрыва функции и их классификация.
16. Непрерывность функции на отрезке и ее свойства.
17. Первая и вторая теоремы Больцано — Коши.
18. О непрерывности обратной функции. О непрерывности элементарных функций.
19. Понятия производной и дифференциала, их геометрический и механический смысл.
20. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного и обратной функции.
21. Дифференцирование сложной функции. Логарифмическая производная функции.
22. Производные сложной и показательной функций. Таблица производных и дифференциалов основных элементарных функций.
23. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.
24. Лемма Ферма и ее геометрический смысл.
25. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.
26. Условия постоянства, возрастания (убывания) функции.
27. Правило Лопиталя.
28. Формула Тейлора и ее приложения.
29. Необходимое и достаточные условия экстремума функции.
30. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
31. Наклонные асимптоты. Схема исследования функции и построения ее графика.
32. Понятие первообразной. Основные свойства первообразной.
33. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица простейших интегралов.
34. Интегрирование по частям и замена переменной.
35. Интегрирование простейших дробей.

36. Тригонометрические интегралы.
37. Интегрирование иррациональных функций.
38. Определенный интеграл и его свойства.
39. Связь определенного интеграла с неопределенным. Формула Ньютона — Лейбница.
40. Приближенное вычисление определенных интегралов.
41. Несобственные интегралы.

Темы рефератов

1. Аксиоматическое построение множества действительных чисел.
2. Идея предела в древности. Понятие предела — фундамент математического анализа.
3. Происхождение и развитие понятия функции.
4. Происхождение и развитие понятия производной.
5. Максимумы и минимумы в работах различных математиков.
6. Происхождение и развитие понятия определенного интеграла.
7. Вопросы существования интеграла.
8. Приложения дифференциального исчисления.
9. Приложения интегрального исчисления.
10. Несобственные интегралы.

Система стандартизированных заданий для проведения тест-тренинга, коллективного тренинга, зачета

Задание 1.

1.4. Следующие числа представить в виде правильных рациональных дробей:
а) 1, (2); б) 3,00(3); в) 0,110(25).

1.5. Доказать, что число 0,1010010001 . . . иррационально. Выписать по три первых члена из последовательностей конечных десятичных дробей, приближающих это число с недостатком и с избытком.

1.6. Доказать, что следующие числа иррациональны:

а) $\sqrt[n]{p}$, p — простое число, $n > 1$;

б) $\log_3 p$, p — простое число.

Задание 2.

2.1. Найдите иррациональное число α, такое, что
0,1234559897 . . .< α <0,1234560001 . . . .

2.2. Докажите, что для любых действительных чисел a и b $(a < b)$ найдется иррациональное число α такое, что $a < \alpha < b$.

Задание 3. Сравнить указанные числа:

А) $\log_{1/2}\dfrac{1}{3}$ и $\log_{1/3}\dfrac{1}{2}$; б) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\lg\frac{1}{7}}$ и $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{\lg\frac{1}{5}}$.

Задание 4.

1.1. Изобразите члены последовательностей 1 — 3 на числовой прямой. Указание: для каждой последовательности выбрать отдельную числовую прямую.

1.2. Напишите формулы общего члена каждой из последовательностей 1 — 3.

Для контроля дается один из ответов: 3. $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.

Задание 5.

2.1. Написать первые пять членов последовательности:

а) $x_n = 1 + (-1)^n \dfrac{1}{n}$; б) $x_n = \dfrac{3n+5}{2n-3}$.

2.2. Написать формулу общего члена последовательности:

а) $2, \dfrac{4}{3}, \dfrac{6}{5}, \dfrac{8}{7}, \ldots$;

б) $-3, \dfrac{5}{3}, -\dfrac{7}{5}, \dfrac{9}{7}, -\dfrac{11}{9}, \ldots$.

Задание 6. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) последовательность ограничена,

б) последовательность монотонно возрастает,

в) последовательность монотонно убывает.

Задание 4.

а) Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{n^2}{n^2+1}$$

возрастает.

<u>Указание</u>: для доказательства исследовать разность $x_{n+1} - x_n$.

б) Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!}$$

убывающая.

<u>Указание</u>: для доказательства исследовать отношение $\dfrac{x_{n+1}}{x_n}$.

Задание 7.

7.1. Доказать, что последовательность

$$x_n = \frac{n^3+1}{n^3+4}$$

ограничена.

Для доказательства использовать равенство

$$\frac{n^3+1}{n^3+4} = 1 - \frac{3}{n^3+4}.$$

7.2. Найти наибольший (наименьший) член ограниченной сверху (снизу) последовательности:

а) $x_n = 6n - n^2 - 5$,

б) $x_n = -\dfrac{n^2}{2^n}$.

Задание 8. Написать первые пять членов последовательности:

а) $x_n = n(1-(-1)^n)$,

б) $x_n = (-1)^n \arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \pi n$.

Задание 9. Написать формулу общего члена последовательности:

а) $0, \quad 2, \quad 0, \quad 2, \ldots;$

б) $1, \quad 0, \quad -3, \quad 0, \quad 5, \quad 0, \quad -7, \quad 0, \ldots;$

в) $0, \quad \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \quad 1, \quad \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \quad 0, \quad -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \quad -1, \quad -\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \quad 0, \ldots$.

Задание 10. Доказать, что последовательность

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

убывает.

<u>Указание</u>. Для доказательства исследовать отношение $\dfrac{x_{n-1}}{x_n}$, используя неравенство Бернулли в виде

$$\left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^n > 1+\frac{n}{n^2-1}.$$

Задание 11. Найти наибольший (наименьший) член ограниченной сверху (снизу) последовательности:

а) $x_n = e^{10n-n^2-24}$,

б) $x_n = 3n^2 - 10n - 14$.

Задание 12. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{n} = 2$,

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+2}{n+1} = 3$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{3n} = \dfrac{1}{3}$,

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2}{n^2+1} = 5$,

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{2^n} = 1$.

Задание 13. 1. Дана числовая последовательность $x_n = \dfrac{2n-1}{n}$. Определить номер $N_i = N(\varepsilon)$ такой, что для любого $n > N_i$ выполняется неравенство $|x_n - 2| < \varepsilon_i$, если

$$\varepsilon_1 = 0{,}5;\ \varepsilon_2 = 0{,}2\ ;\ \varepsilon_3 = 0{,}1.$$

2. Пусть числовая последовательность (x_n) задана так, что ее n-ый член $x_n = 0,33\ldots3$ содержит n троек после запятой. Для $\varepsilon = 0,001$ определить номер $N = N(\varepsilon)$ такой, что $\left|x_n - \frac{1}{3}\right| < \varepsilon$ при всех $n > N$. Дать геометрическое истолкование равенству $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{1}{3}$.

Задание 14. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) число a есть предел последовательности (x_n);

б) последовательность (x_n) — бесконечно малая и бесконечно большая;

в) число a есть предельная точка последовательности.

Задание 15. Пользуясь определением предела функции «на языке последовательностей», докажите единственность предела функции в точке.

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне, покажите, что

а) если $f(x) = x$, то $\lim\limits_{x\to a} f(x) = a$ для любого $a \in R$;

б) функция $f(x) = \sin\frac{1}{x-1}$ не имеет предела при $x \to 1$;

в) функция $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ имеет предел при $x \to 1$ и он равен 2.

Задание 16. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) число a есть предел последовательности (x_n);

б) последовательность (x_n) — бесконечно малая и бесконечно большая;

в) число a есть предельная точка последовательности.

Задание 17. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{n} = 2$,

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n+2}{n+1} = 3$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{3n} = \frac{1}{3}$,

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5n^2}{n^2+1} = 5$,

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-1}{2^n} = 1$.

Задание 18. Сформулируйте отрицание определения 1.

Начало этого предложения может быть таким: Число A не является пределом функции *f(x)* в точке *a*, если . . .

Задание 2. Пользуясь определением предела функции по Гейне показать:

а) если $f(x) = C = const$, то $\lim\limits_{x\to a} f(x) = C$ для любого $a \in R$;

б) функция $f(x)=\sin\frac{1}{x}$, определенная для всех $x \neq 0$, в точке $x=0$ не имеет предела;

в) функция Дирихле

$$f(x)=\begin{cases}1, \text{ если } x \text{ — рационально,}\\ 0, \text{ если } x \text{ — иррационально}\end{cases}$$

не имеет предела ни в одной точке a числовой прямой R.

Задание 19.

1. Сформулируйте отрицание определения 2.

После того, как обучающиеся предложат свои варианты самостоятельного выполнения задания, уточняющим может быть следующее определение:

Определение. Число A не является пределом функции $f(x)$ в точке a, если существует число $\varepsilon>0$ такое, что для любого числа $\delta>0$ существует

$$x \in \dot{U}(a,\delta)$$

такой, что выполняется неравенство

$$|f(x)-A| \geq \varepsilon .$$

2. Используя различные равносильные формы условий (1) и (2), сформулируйте соответствующие определения предела функции.

Задание 20. Пользуясь определением предела функции, докажите, что если функция $f(x)$ в точке a имеет предел то существует такая проколотая окрестность точки a, в которой эта функция ограничена.

Задание 21. Задание предполагает как элементарное исследование функций, так и исследование их с помощью производных первого и второго порядков. Полное исследование может быть проведено по следующей схеме.

А. Элементарное исследование:

1) найти область определение функции;
2) исследовать функцию на симметричность и периодичность;
3) вычислить предельные значения функции в интересующих точках;
4) выяснить существование асимптот;
5) определить необходимые точки пересечения графика функции с осями координат;
6) сделать эскиз графика функции, используя полученные результаты.

Б. Исследование функции с помощью первой производной:

1) найти точки, в которых первая производная равна нулю или ее не существует;
2) найти точки возможного экстремума;
3) найти точки экстремума и вычислить в них значения функции;
4) найти интервалы монотонности функции;
5) нанести на эскиз графика функции экстремальные точки;
6) уточнить вид графика функции согласно полученным результатам.

В. Исследование функции с помощью второй производной:

1) найти точки, в которых вторая производная равна нулю или ее не существует;
2) найти точки возможного перегиба;
3) найти точки перегиба и вычислить в них значения функции;
4) найти интервалы выпуклости и вогнутости графика функции;
5) нанести на эскиз графика точки перегиба;
6) уточнив вид графика функции, окончательно построить этот график.

Задание 22. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) последовательность ограничена;

б) последовательность монотонно возрастает;

в) число a есть предел последовательности;

г) последовательность (x_n) бесконечно большая;

д) число a есть предельная точка последовательности.

Задание 23. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{5n+4}=\frac{2}{5}$.

1. Найти $a=\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ и определить номер $N=N(\varepsilon)$ такой, что $|x_n-a|<\varepsilon$ при всех $n>N$, если

а) $x_n=\frac{\sqrt{n^2+1}}{n}$, $\varepsilon=0{,}005$;

б) $x_n=\frac{5n^2+1}{7n^2-3}$, $\varepsilon=0{,}001$.

2. Вычислить пределы последовательностей:

а) $f(x)=C,\quad C=const\ x_n=\frac{5n^3+n^2-3}{7n^3-2n^2+4}$,

б) $x_n=\frac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-1)!}$,

в) $x_n=\frac{\sqrt[3]{8n^3-2}+5n^2}{\sqrt{4n^4+5}-\sqrt[5]{n^2+2}}$,

г) $x_n=\frac{6^{n+1}-5^{n+2}}{2\cdot 6^n-7\cdot 3^{n-2}}$,

д) $x_n=\sqrt{2n^2+4n-1}-\sqrt{2n^2+3n+2}$.

Задание 24. В примерах а) — в) пользуясь только определением предела функции, доказать, что

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A$

и заполнить следующую таблицу:

ε	0,1	0,01	0,001
$\delta(\varepsilon)$			

а) $f(x)=x^2,\quad a=2,\quad A=4$;

б) $f(x)=1/x,\quad a=1,\quad A=1$;

в) $f(x)=\lg x,\quad a=1,\quad A=0$.

Задание 25. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-37}$,

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{tg\left[2\pi\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\right]}$,

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[6]{x}-1}$,

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$.

Задание 26. Используя логическую символику, записать на языке следующие утверждения:

а) функция $f(x)$ с областью определения D_f непрерывна в точке $x_0\in D_f$;

б) функция $f(x)$ не является непрерывной в точке $x_0\in D_f$.

Задание 27. Доказать, что следующие функции непрерывны в каждой точке их естественной области определения:

а) $f(x)=C,\quad C=const$;

б) $f(x)=\log_a x$;

в) $f(x)=\sin x$.

Задание 28. Найти производную функций:

а) $y=\cos\dfrac{1}{x}$,

б) $y=\sqrt[3]{\dfrac{ax+b}{cx+d}}$,

в) $y=ctg\,x^2-\dfrac{1}{3}tg^3x$,

г) $y=2^{x^2}\,tg\,x$,

д) $y=\dfrac{x}{\ln x}$,

е) $y=2arc\cos\dfrac{3}{x}$.

Задание 29. Найти интегралы:

а) $\displaystyle\int\frac{2\,dx}{\sqrt{4-x^2}}$,

б) $\displaystyle\int\frac{\sin x\,dx}{4-3\cos x}$,

в) $\displaystyle\int x e^x\,dx$,

г) $\displaystyle\int x\ln x\,dx$,

д) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{x^2-5x+4}$,

е) $\dfrac{dx}{3-2\sin x+\cos x}$.

Задание 30. а) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y=\cos^2 x-\sin^2 x$,
$y=0,\quad x=0,\quad x=\pi/4$;

б) Найти площадь фигуры, вырезаемой окружностью $\rho=\sqrt{3}\sin\varphi$ из кардиоиды $\rho=1+\cos\varphi$;

в) Найти объем тела, образованного вращением эллипса
$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$
вокруг оси Ox;

г) Вычислить длину дуги кривой $y=\ln\sin x$ от $x=\pi/2$ до $x=\pi/3$;

д) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y^2=4x$ от $x=0$ до $x=3$;

е) Найти координаты центра масс полуокружности $x^2+y^2=1$, расположенной над осью Ox.

Задание 31. Исследовать функцию $y=f(x)$ и построить ее график, если

а) $y=\dfrac{(x-5)^3}{x^2-10x+9}$,

б) $y=\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x+1}$,

в) $y=x^2 e^{1/x}$,

г) $y=arc\sin\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$.

Система стандартизированных заданий для проведения тест-тренинга

«Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

1. Какое из соответствий
а) $F_1=\{(1,2),(3,2),(3,4)\}$,
б) $F_2=\{(1,2),(3,4),(5,6)\}$,
в) $F_3=\{(1,2),(3,4),(1,4)\}$,
г) $F_4=\{(1,2),(3,4),(5,4)\}$
является функцией?

2. Какая из последовательностей
а) $x_n=(-1)^n$,
б) $x_n=\dfrac{n}{n+1}$,

в) $x_n = 1 - \dfrac{1}{2^n}$,

г) $x_n = n^{(-1)^n}$

является монотонной?

3. Какая из последовательностей

а) $x_n = \dfrac{n(n+1)}{(n+2)(n+3)}$,

б) $x_n = \dfrac{2^n - 1}{2^n + 1}$,

в) $x_n = \dfrac{n}{n^2 + 1}$,

г) $x_n = (-1)^n$

сходится?

4. Какая из функций

а) $f(x) = \sin\dfrac{1}{x}$,

б) $f(x) = \dfrac{\sin x}{x}$, *если* $x \neq 0$ *и* $f(x) = 1$, *если* $x = 0$,

в) $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$,

г) $f(x) = x + \dfrac{x+2}{|x+2|}$

непрерывна, имеет точку разрыва первого рода, имеет устранимый разрыв, имеет точку разрыва второго рода?

5. Какая из данных функций дифференцируема в указанной точке, если

а) $y = x^{\frac{3}{5}}$ *в точке* $x = 0$,

б) $y = |\ln x|$ *в точке* $x = 1$,

в) $y = \dfrac{\cos x}{1 - \sin x}$ *в точке* $x = \dfrac{\pi}{6}$,

г) $y = 3|x| + 1$ *в точке* $x = 0$?

6. Какая из функций

а) $f(x) = \sin x - x$,

б) $f(x) = \sin x - x + \dfrac{x^3}{3!}$,

в) $f(x) = \sin x - x + \dfrac{x^3}{3!} - \dfrac{x^4}{4!}$,

г) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$, *если* $x \neq 0$ *и* $f(x) = 0$, *если* $x = 0$

имеет максимум (минимум)?

7. Какая из кривых, определяемых одним из данных уравнений

а) $y = \dfrac{5x}{x-3}$,

б) $y=\dfrac{3x}{x-1}+3x$,

в) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$,

г) $y=\dfrac{1}{x}+4x^2$,

имеет наклонную асимптоту?

8. Сколько точек перегиба имеет график функции
$y=\dfrac{x}{x^2+1}$?
Варианты ответов:
а) 0,
б) 1,
в) 2,
г) 3.

Тесты по разделу «Интегральное исчисление функций одной переменной»

1. Найти интегралы:
1) $\int tg^2 x\, dx$.
Варианты ответов:
а) $\sin x + x + C$,
б) $\cos x - x + C$,
в) $tgx - x + C$,
г) $ctgx + x + C$.

2) $\int \cos(\pi x+1)\, dx$.
Варианты ответов:
а) $-\sin(\pi x+1)+C$,
б) $\dfrac{1}{\pi}\sin(\pi x+1)+C$,
в) $\cos x(\pi x+1)+C$,
г) $-\dfrac{1}{\pi}\cos x(\pi x+1)+C$.

3) $\int \dfrac{dx}{1+e^x}$.
Варианты ответов:
а) $\ln(1+e^x)+C$,
б) $-\ln(1+e^x)+C$,
в) $x+\ln(1+e^x)+C$,
г) $x-\ln(1+e^x)+C$.

4) $\int x^3 \ln x\, dx$.
Варианты ответов:
а) $x^4 \ln x + C$,

б) $\frac{1}{4}x^4 \ln x - x + C$,

в) $\frac{1}{4}x^4 (\ln x - \frac{1}{4}) + C$,

г) $\frac{1}{4}x^4 (\ln x + \frac{1}{4}) + C$.

2. Вычислить интегралы:

1) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2}\, dx$.

Варианты ответов:

а) π,
б) 2π,
в) 0,
г) 1.

2) $\int_{e}^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$.

Варианты ответов:

а) 1,
б) 0,
в) $\ln 2$,
г) $\ln 4$.

3) $\int_{0}^{1} \frac{x^3 dx}{1+x^8}$.

Варианты ответов:

а) $\frac{\pi}{2}$,

б) $\frac{\pi}{4}$,

в) $\frac{\pi}{8}$,

г) $\frac{\pi}{16}$.

4) $\int_{1/\pi}^{2/\pi} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2}\, dx$.

Варианты ответов:

а) 0,
б) 1,
в) 2,
г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$ и прямой $x + y = 3$.
Варианты ответов:
а) 5,
б) $\frac{35}{6}$,
в) 6,
г) $\frac{37}{6}$.

3.2. Найти площадь петли кривой
$y^2 = x(x-1)^2$.
Варианты ответов:
а) $\frac{4}{15}$,
б) $1\frac{1}{15}$,
в) $\frac{8}{15}$,
г) $\frac{14}{15}$.

Система стандартизированных заданий для проведения предэкзаменационного тестирования

Задание

Порядковый номер задания	1
Тип	1
Вес	2

Функция F(x) называется первообразной для функции f(x), если для всех x выполняется равенство	
	F(-x) = f(x)
	F(x)dx = f(x)
+	F (x) = F (x)
	F(x) = f(x)dx

Задание

Порядковый номер задания	2
Тип	1
Вес	1

Первообразная для функции $y = 2x^3$ имеет вид	
	$6x^2 + C$
+	$x^4/2 + C$
	$8x^4 + C$
	$6x^4 + C$

Задание

Порядковый номер задания	3

Тип	1
Вес	1

Первообразная для функции $y = e^x$ имеет вид	
	$xe^{x+1} + C$
	$xe^x + C$
	$xe^{x-1} + C$
+	$e^x + C$

Задание

Порядковый номер задания	4
Тип	1
Вес	1

$\int 8dx$ равен	
	8
+	8x + C
	8x
	8 + C

Задание

Порядковый номер задания	5
Тип	1
Вес	2

$\int x^5 dx$ равен	
+	$x^6/6 + C$
	$5x^4 + C$
	$5x^6 + C$
	$\frac{1}{5}x^4 + C$

Задание

Порядковый номер задания	6
Тип	1
Вес	1

$\int \frac{2dx}{x}$ равен	
	$2x^2 + C$
	$2x^{-2} + C$
	$2x^{-1} + C$
+	$2\ln\lvert x \rvert + C$

Задание

Порядковый номер задания	7
Тип	1
Вес	1

$\int 7^x dx$ равен	
+	$\frac{7^x}{\ln 7}+C$
	$7^x\ln 7 + C$
	$x\cdot 7^{x-1} + C$
	$7^{x-1} + x + C$

Задание

Порядковый номер задания	8
Тип	1
Вес	1

$\int 31e^x dx$ равен	
+	$31e^x + C$
	$31e^{x-1} + C$
	$31e^{x+1} + C$
	$e^x\ln 31+ C$

Задание

Порядковый номер задания	9
Тип	1
Вес	1

$\int \cos 2x dx$ равен	
	$-\frac{1}{2}\sin 2x + C$
	$\sin 2x + C$
+	$\frac{1}{2}\sin 2x + C$
	$\cos 2x + C$

Задание

Порядковый номер задания	10
Тип	1
Вес	1

$\int 11\sin x dx$ равен	
+	$11\cos x + C$
	$\frac{\cos 11x}{11}$
	$-11\cos x + C$
	$-\cos 11x + C$

Задание

Порядковый номер задания	11
Тип	1
Вес	2

$\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$ равен	
	3tgx + C
	tg^3x + C
	3tg3x + C
+	$\frac{1}{3} tg 3x + C$

Задание

Порядковый номер задания	12
Тип	1
Вес	2

$\int \frac{5dx}{\sin^2 x}$ равен	
+	-5ctgx + C
	5ctgx + C
	$\frac{1}{5} ctg^3 x + C$
	$-\frac{1}{5} ctg^3 x + C$

Задание

Порядковый номер задания	13
Тип	1
Вес	1

$\int_0^1 (2x^2 - 2x - 7)dx$ равен	
	$-8\frac{2}{3}$
+	$-7\frac{1}{3}$
	$6\frac{1}{3}$
	$7\frac{2}{3}$

Задание

Порядковый номер задания	14
Тип	1
Вес	1

$\int_{\pi/2}^{\pi} 3\sin x \, dx$ равен	
	3/2
	-3
+	3

	-3/2

Задание

Порядковый номер задания	15
Тип	1
Вес	1

$\int_{-1}^{2} x^4\ dx$ равен	
	5,6
	6,5
+	6,6
	7,2

Задание

Порядковый номер задания	16
Тип	1
Вес	2

$\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \frac{2}{\sin^2 x} dx$ равен	
+	2
	-2
	1/2
	-1/2

Задание

Порядковый номер задания	17
Тип	1
Вес	1

$\int \frac{\ln x}{x} dx$ равен	
	$\frac{\ln x}{2} + C$
	$(\ln x)^2 + C$
	$\ln x^2 + C$
+	$\frac{(\ln x)^2}{2} + C$

Задание

Порядковый номер задания	18
Тип	1
Вес	1

$\int \frac{dx}{x-2}$ равен	
	$(x-2)^2 + C$

+	$\ln\lvert x-2\rvert+C$
	$\ln(x-2)+C$
	$\frac{x^2}{2}-2x+C$

Задание

Порядковый номер задания	19
Тип	1
Вес	2

Вычислить S области, ограниченной параболой y =x^2 +1 и прямой y =4x – 2	
+	4/3
	4
	3
	0

Задание

Порядковый номер задания	20
Тип	1
Вес	2

Вычислить S области, ограниченной параболами y = x^2 и y =2–x^2.	
+	8/3
	8
	3
	6

Задание

Порядковый номер задания	21
Тип	1
Вес	2

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной кривой y= $\sqrt{1-x^2}$ и прямой $y=1-x$	
+	π/3
	π/8
	π/6
	3

Задание

Порядковый номер задания	22
Тип	1
Вес	2

Вычислить S области, ограниченной гиперболой y= $\frac{2}{x}$ и прямой y =3 – x	
	S = ln4
+	S =3/2- ln4
	S = 3
	S = ln6

Задание

Порядковый номер задания	23
Тип	1
Вес	2

	Сходится ли несобственный интеграл $\int_0^\infty e^{-3x}dx$?
	расходится
+	сходится - 1/3
	сходится - 0.5
	сходится - 0.8

Задание

Порядковый номер задания	24
Тип	1
Вес	2

	Сходится ли несобственный интеграл $\int_0^\infty e^{-x}dx$?
	расходится
	сходится - 0.5
	сходится - 1.5
+	сходится - 1

Задание

Порядковый номер задания	25
Тип	1
Вес	2

	Найти $\iint\limits_D (x-y)dxdy$, где D-область, ограниченная линиями y=2–x^2 и y=x.
	5
	2
+	- 4.05
	- 1.5

Задание

Порядковый номер задания	26
Тип	1
Вес	2

	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=4-x^2$ и $y=x+2$
	S = 9
	S = 3
	S =1/2
+	S = $\frac{9}{2}$

Задание

Порядковый номер задания	27
Тип	1
Вес	1

Область определения функции $z=\dfrac{1}{4x^2+y^2}$ есть множество точек плоскости	
+	вся плоскость X0Y, кроме точки O(0, 0)
	вся плоскость
	O(0, 0)
	{(x, y): x > 0, y>0}

Задание

Порядковый номер задания	28
Тип	1
Вес	1

Область определения функции $z=\ln(x^2+y)$ есть множество точек плоскости	
	$\{(x,y): y \geq -x^2\}$
+	$\{(x,y): y > -x^2\}$
	$\{(x,y): y < -x^2\}$
	$\{(x,y): x^2+y>1\}$

Задание

Порядковый номер задания	29
Тип	1
Вес	1

Область определения функции z = 2ln(xy) есть множество точек плоскости	
	{(x, y) : x > 0, y > 0}
	{(x, y) : x < 0, y < 0}
	{(x, y) : xy > 1 }
+	{(x, y) : xy >0}

Задание

Порядковый номер задания	30
Тип	1
Вес	1

Область определения функции $z=\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}$ есть множество точек плоскости	
	$\{(x,y): x \geq y\}$
+	{(x, y) : x > y}
	$\{(x,y): x-y \geq 0\}$
	{(x, y) : x < y}

Задание

Порядковый номер задания	31
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$ есть множество точек плоскости	
+	$\{(x,y): x^2+y^2<4\}$
	$\{(x,y): x^2+y^2\le 4\}$
	$\{(x,y): x^2-y^2\le 4\}$
	$\{(x,y): -x^2-y^2\le 4\}$

Задание

Порядковый номер задания	32
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z=2^{xy}$ есть множество точек плоскости	
	{(x, y) : $x\le 0, y\ge 0$ }
+	{(x, y) : $-\infty<x<\infty, -\infty<y<\infty$ }
	{(x, y) : $x\ge 0, y\ge 0$ }
	{(x, y) : $0\le x\le 1, 0\le y\le 1$ }

Задание

Порядковый номер задания	33
Тип	1
Вес	1

Линии уровня для функции $z = \ln(x^2 - y^2)$ имеют вид	
	$x^2 - y^2 \ge 1$
+	$x^2 - y^2 = C, C > 0$
	$x^2 - y^2 \le 1$
	$\ln(x^2 - y^2) = 1$

Задание

Порядковый номер задания	34
Тип	1
Вес	1

Поверхности уровня для функции $u=xyz^2$ имеют вид	
	$xyz^2<0$
	$xyz^2>0$
	$z > 0, xy < 1$

+	$xyz^2 = const$

Задание

Порядковый номер задания	35
Тип	6
Вес	1

Поверхностью уровня для функции u = f(x, y, z) называется поверхность, определяемая уравнением: A) $f(x,y,z)=C$ B) $f'(x,y,z)$=C Выберите правильный ответ	
+	A – да, B - нет
	A – да, B – да
	A – нет, B – нет
	A – нет, B - да

Задание

Порядковый номер задания	36
Тип	6
Вес	2

Следующее условие достаточно для наличия экстремума функции $z = f(x,y)$ в стационарной точке $P_0(x_0, y_0)$: A) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{P_0} \left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{P_0} - \left[\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{P_0}\right]^2 < 0$ B) $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right\|_{P_0} \left.\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right\|_{P_0} - \left[\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right\|_{P_0}\right]^2 > 0$ Выберите правильный ответ	
	A – да, B - нет
	A – да, B – да
	A – нет, B – нет
+	A – нет, B - да

Задание

Порядковый номер задания	37
Тип	1
Вес	1

Если полный дифференциал функции $z = f(x,y)$ существует, то он равен	
	f(x, y)dxdy
+	$\frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$
	$\frac{\partial z}{\partial x}dx$

	$\frac{\partial z}{\partial y}dy$

Задание

Порядковый номер задания	38
Тип	1
Вес	1

Формула для приближенного вычисления полного приращения функции $z = f(x, y)$ в точке $P_0(x_0, y_0)$ имеет вид: А) $\Delta z \approx \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{P_0} \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{P_0} \Delta y + f(x_0, y_0)$ или В) $\Delta z \approx \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{P_0} \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right\|_{P_0} \Delta y$. Выберите правильный ответ	
	А – да, В - нет
	А – да, В – да
	А – нет, В – нет
+	А – нет, В - да

Задание

Порядковый номер задания	39
Тип	1
Вес	1

Полное приращение функции $z = f(x, y)$ в точке $P_0(x_0, y_0)$ равно	
+	$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$
	$f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$
	$f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$
	$f(x_0, y_0 + \Delta y) - f(x_0 + \Delta x, y_0)$

Задание

Порядковый номер задания	40
Тип	1
Вес	1

Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = e^{\frac{x}{y}}$ равна	
+	$e^{x/y} \big/ y$
	$e^{\frac{x}{y}}$
	1
	$e^{\frac{y}{x}}$

Задание

Порядковый номер задания	41

Тип	1
Вес	1

Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = x + y$ равна	
	1
	-1
+	0
	2

Задание

Порядковый номер задания	42
Тип	1
Вес	1

Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = xy$ равна	
	1
+	0
	x
	y

Задание

Порядковый номер задания	43
Тип	1
Вес	1

Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = x^3 y$ равна	
	x^2
	xy
	1
+	0

Задание

Порядковый номер задания	44
Тип	1
Вес	1

Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^3 y$ равна	
	$2x$
+	$3x^2$
	0
	2

Задание

Порядковый номер задания	45

Тип	6
Вес	1

Частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = xy$ равна	
+	1
	0
	x
	y

Задание

Порядковый номер задания	46
Тип	1
Вес	1

Частная производная $\partial^2 z / \partial x^2$ функции $z = \ln(x + y^2)$ равна	
+	$-1 / (x + y^2)^2$
	$x + y^2$
	$(x + y^2)x$
	$(x + y^2)y$

Задание

Порядковый номер задания	47
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = \ln(x + y)$ равен	
	$\frac{dx - dy}{x + y}$
	$xdx - ydy$
	$dx + dy$
+	$\frac{dx + dy}{x + y}$

Задание

Порядковый номер задания	48
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = xy$ в точке *M(2,3)* равен	
+	$3dx + 2dy$
	$2dx + 3dy$
	$5(dx + dy)$
	5

Задание

Порядковый номер задания	49
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = \ln(x + y^2)$ равен	
	$(x + y^2)(dx + dy)$
	$\dfrac{dx + ydy}{x + y^2}$
	$\dfrac{dx + dy}{x + y^2}$
+	$\dfrac{dx + 2ydy}{x + y^2}$

Задание

Порядковый номер задания	50
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = xy$ в точке $P_0(1,1)$ равен	
	$2(dx + dy)$
+	$dx + dy$
	$dxdy$
	$(x + y)(dx + dy)$

Задание

Порядковый номер задания	51
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = x + y^2$ в точке $P_0(1,1)$ равен	
	$dx + dy$
+	$dx + 2dy$
	$2dx + dy$
	$2(dx + dy)$

Задание

Порядковый номер задания	52
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = e^{xy}$ равен	
	$e^{xy}(dx + dy)$
+	$e^{xy}(ydx + xdy)$

	$ydx + xdy$
	$e^{xy} dxdy$

Задание

Порядковый номер задания	53
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = \ln(x + 2y)$ равен	
	$1/3 (dxdy)$
+	$1/3 (dx + 2dy)$
	$dxdy$
	$dx + dy$

Задание

Порядковый номер задания	54
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = \ln(2x + y)$ в точке (1, 1) равен	
	$1/3 (dxdy)$
+	$\dfrac{2dx + dy}{2x + y}$
	$dxdy$
	$dx + dy$

Задание

Порядковый номер задания	55
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = e^{2xy}$ равен	
	$z = e^{2xy}(ydx + xdy)$
	$z = 2(ydx + xdy)$
	$ydx + xdy$
+	$z = 2e^{2xy}(ydx + xdy)$

Задание

Порядковый номер задания	56
Тип	1
Вес	1

Полный дифференциал функции $z = \ln(2x + y)$ в точке M(1,1) равен	
	2

	3
	1
+	$\frac{1}{3}(2dx+dy)$

Задание

Порядковый номер задания	57
Тип	1
Вес	1

Область определения функции $z=\dfrac{1}{4x^2+6y^2}$ есть множество	
	O(0, 0)
	вся плоскость
	{(x, y): x > 0, y>0}
+	вся плоскость X0Y, кроме точки O(0, 0)

Задание

Порядковый номер задания	58
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z=\sqrt{20-x^2-y^2}$ есть множество	
	O(0, 0)
+	{(x, y): $x^2+y^2\le 20$ }
	{(x, y):- $-\infty<x<\infty,-4<y<4$ }
	{(x, y):- $-4<x<4,-4<y<4$ }

Задание

Порядковый номер задания	59
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z=\ln(x^2+y^2)$ есть множество	
+	$\{(x,y): x^2+y^2>0\}$
	$\{(x,y): y>x^2\}$
	$\{(x,y): y<-x^2\}$
	$\{(x,y): x^2>y\}$

Задание

Порядковый номер задания	60
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z=\ln(x^2y)$ есть множество	
+	{(x, y) : $x\neq 0$, y > 0}
	{(x, y) : x < 0, y < 0}
	{(x, y) : xy > 1}

	{(x, y) : xy >0}

Задание

Порядковый номер задания	61
Тип	1
Вес	1

Область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{2x-y}}$ есть множество	
	$\{(x, y): x \geq y\}$
	{(x, y): 2x$\geq y$}
	{(x, y) : 2x < y}
+	{(x, y) : 2x > y}

Задание

Порядковый номер задания	62
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$ есть множество	
	$\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 4\}$
	$\{(x, y): x^2 + y^2 > 4\}$
+	$\{(x, y): x^2 + y^2 < 4\}$
	$\{(x, y): x^2 - y^2 > 4\}$

Задание

Порядковый номер задания	63
Тип	1
Вес	2

Область определения функции $z = 2^{x+y}$ есть множество	
	$\{(x, y): x < 0, y > 0\}$
	$\{(x, y): x > 0, y < 0\}$
+	$\{(x, y): -\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty\}$
	$\{(x, y): -1 < x < 0{,}1 > y > 0\}$

Задание

Порядковый номер задания	64
Тип	1
Вес	1

Линии уровня для функции $z = xy^2$ имеют вид	
	$xy^2 > 1$
	$xy^2 < 1$
+	$xy^2 = \text{const}$

	$x > 0, y < 0$

Задание

Порядковый номер задания	65
Тип	1
Вес	1

Линии уровня для функции z = ln(x^2 + y^2) имеют вид	
	$x^2 + y^2 > 0$
+	$x^2 + y^2 = C, C > 0$
	$x^2 + y^2 > 1$
	$\ln(x^2 + y^2) = 1$

Задание

Порядковый номер задания	66
Тип	1
Вес	1

Стационарная точка для функции $z = x^2 - y^2$ имеет координаты	
	(0, 1)
+	(0, 0)
	(-1,1)
	(1, 1)

Задание

Порядковый номер задания	67
Тип	1
Вес	1

Стационарная точка для функции $z = x^2 + y^2$ имеет координаты	
+	(0, 0)
	(1, 0)
	(0, 1)
	(-1, -1)

Задание

Порядковый номер задания	68
Тип	1
Вес	1

Стационарная точка для функции z = xy имеет координаты	
	(1, 0)
	(1, 1)
	(0, 1)
+	(0, 0)

Задание

Порядковый номер задания	69
Тип	1

Вес	1

Стационарная точка для функции $z=3xy$ имеет координаты	
+	(0, 0)
	(-1, -1)
	(0, 1)
	(1, 0)

Задание

Порядковый номер задания	70
Тип	1
Вес	1

Стационарная точка для функции $z=x^3+y^3$ имеет координаты	
	(1, 0)
+	(0, 0)
	(0, 1)
	(-1, -1)

Задание

Порядковый номер задания	71
Тип	1
Вес	1

Стационарная точка для функции $z=x^3-y^3+5$ имеет координаты	
	(0, 5)
	(5, 0)
+	(0, 0)
	(5, 5)

Задание

Порядковый номер задания	72
Тип	1
Вес	1

Стационарная точка для функции $z=3-x^2-y^2$ имеет координаты	
	(3, 3)
+	(0, 0)
	(1, 1)
	(-3, -3)

Задание

Порядковый номер задания	73
Тип	1
Вес	1

Градиент функции $z=x+y$ равен	
	$2\bar{i}$

	$\bar{0}$
	$\bar{i}-\bar{j}$
+	$\bar{i}+\bar{j}$

Задание

Порядковый номер задания	74
Тип	1
Вес	1

Градиент функции $z=x-y$ равен	
	$\bar{0}$
	$2\bar{j}$
	$\bar{i}+\bar{j}$
+	$\bar{i}-\bar{j}$

Задание

Порядковый номер задания	75
Тип	1
Вес	1

Градиент функции $z=x+y+z$ равен	
	$\bar{0}$
+	$\bar{i}+\bar{j}+\bar{k}$
	$\bar{i}+\bar{j}$
	$\bar{j}+\bar{k}$

Задание

Порядковый номер задания	76
Тип	6
Вес	1

Какое из следующих утверждений истинно? Точка $P_0(x_0, y_0)$ называется точкой максимума функции f(x, y), если А) существует окрестность точки P_0 такая, что для всех точек этой окрестности, отличных от P_0, выполняется $f(P)<f(P_0)$ В) существует окрестность точки P_0 такая, что для всех точек Р этой окрестности выполняется $f(P)>f(P_0)$	
+	А – да, В - нет
	А – да, В – да
	А – нет, В – нет
	А – нет, В - да

Задание

Порядковый номер задания	77
Тип	6
Вес	1

Какое из следующих утверждений истинно? Точка $P_0(x_0, y_0)$ называется точкой минимума функции f(x, y), если A) существует окрестность точки P_0 такая, что для всех точек этой окрестности, отличных от P_0, выполняется $f(P) < f(P_0)$ B) существует окрестность точки P_0 такая, что для всех точек P этой окрестности выполняется $f(P) > f(P_0)$	
+	A – да, B - нет
	A – да, B – да
	A – нет, B – нет
	A – нет, B - да

Задание

Порядковый номер задания	78
Тип	6
Вес	1

Какое из следующих утверждений истинно? Если в точке $P_0(x_0, y_0)$ функция f(x, y) имеет экстремум, то A) частные производные функции f(x, y) в точке P_0 равны бесконечности B) частные производные функции f(x, y) в точке P_0 равны нулю или не существуют	
	A – да, B - нет
	A – да, B – да
	A – нет, B – нет
+	A – нет, B - да

Задание

Порядковый номер задания	79
Тип	6
Вес	1

Какое из следующих утверждений истинно? Точка $P_0(x_0, y_0)$ называется стационарной для дифференцируемой функции f(P), если A) частные производные функции f(P) в точке P_0 не существуют B) в этой точке выполняются необходимые условия наличия экстремума	
	A – да, B - нет
	A – да, B – да
	A – нет, B – нет
+	A – нет, B - да

Задание

Порядковый номер задания	80
Тип	1
Вес	2

Следующее условие достаточно для наличия максимума в стационарной точке $P_0(x_0, y_0)$ для функции $z = f(x, y)$

	$\left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}\left.\frac{d^2z}{dy^2}\right\|_{P_0}-\left[\left.\frac{d^2z}{dxdy}\right\|_{P_0}\right]^2<0, \left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}>0$
	$\left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}\left.\frac{d^2z}{dy^2}\right\|_{P_0}-\left[\left.\frac{d^2z}{dxdy}\right\|_{P_0}\right]^2<0, \left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}>0$
	$\left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}\left.\frac{d^2z}{dy^2}\right\|_{P_0}-\left[\left.\frac{d^2z}{dxdy}\right\|_{P_0}\right]^2>0, \left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}>0$
+	$\left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}\left.\frac{d^2z}{dy^2}\right\|_{P_0}-\left[\left.\frac{d^2z}{dxdy}\right\|_{P_0}\right]^2>0, \left.\frac{d^2z}{dx^2}\right\|_{P_0}<0$

Задание

Порядковый номер задания	81
Тип	1
Вес	1

Какое из следующих утверждений истинно?
Линией уровня функции $z = f(x, y)$ называется совокупность всех точек плоскости, удовлетворяющих уравнению
A) $f(x, y) = const$
B) $f'(x, y) = const$

+	A – да, B - нет
	A – да, B – да
	A – нет, B – нет
	A – нет, B - да

Задание

Порядковый номер задания	82
Тип	1
Вес	1

Градиентом функции $z = f(x, y)$ в точке $P_0(x_0, y_0)$ называется

+	вектор, равный $\frac{\partial z}{\partial x}\bar{i}+\frac{\partial z}{\partial y}\bar{j}$
	число, равное $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{P_0}+\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{P_0}$
	число, равное $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right\|_{P_0}$
	вектор, равный $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{P_0}\bar{i}+\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right\|_{P_0}\bar{j}$

Задание

Порядковый номер задания	83
Тип	1
Вес	2

Поверхность уровня функции $u = x^2 + y^2 + z^2$ в точке имеет уравнение	
	$x^2 + y^2 + z^2 = 3$
+	$x^2 + y^2 + z^2 = const$
	$x^2 + y^2 + z^2 = 0$
	$2x + 2y + 2z = 6$

Задание

Порядковый номер задания	84
Тип	1
Вес	2

Линия уровня функции $u = x^2 - y^2$ в точке $M_0(1,0)$ имеет уравнение	
+	$x^2 - y^2 = const$
	$x^2 - y^2 = 0$
	$x^2 - y^2 = 1$
	$2x - 2y = const$

Задание

Порядковый номер задания	85
Тип	1
Вес	2

Найти производную функции $u = x^3 y$ по направлению $\bar{l}(1,2)$ в точке $P_0(1,2)$	
	$1/\sqrt{5}$
	$2/\sqrt{5}$
	$6/\sqrt{5}$
+	$8/\sqrt{5}$

Задание

Порядковый номер задания	86
Тип	1
Вес	2

Найти производную функции $u = x^2 + y^2 + z^2$ по направлению $\bar{l}(1,2,2)$ в точке $P_0(2,2,2)$	
	0
	3
	6
+	$20/3$

Задание

Порядковый номер задания	87
Тип	1
Вес	2

Найти производную функции $u=-4xyz+y^2z+3z^2$ по направлению $\bar{l}\,(1,2,-2)$ в точке $P_0(3,1,1)$	
	$14/3$
+	$-14/3$
	$10/3$
	$-10/3$

Задание

Порядковый номер задания	88
Тип	1
Вес	2

Найти производную функции $u=\sqrt{4-xyz}$ по направлению $\bar{l}\,(1,2,-2)$ в точке $P_0(-1,1,-1)$	
+	$1/6\sqrt{3}$
	$-1/6\sqrt{3}$
	$1/\sqrt{3}$
	$-1/\sqrt{3}$

Задание

Порядковый номер задания	89
Тип	1
Вес	2

Найти производную функции $u=x^3y$ по направлению $\bar{l}\,(-1,-1)$ в точке $P_0(1,-2)$	
	$-3/\sqrt{2}$
	$3/\sqrt{2}$
	$-5/\sqrt{2}$
+	$5/\sqrt{2}$

Задание

Порядковый номер задания	1
Тип	1
Вес	1

Характеристическое уравнение для $y''-2y'+y=0$ равно	
	$r^2-2r-1=0$
	$r^2+2r-1=0$
+	$r^2-2r+1=0$
	$r-2=0$

Задание

Порядковый номер задания	2
Тип	1
Вес	1

Корни характеристического уравнение для $y''-2y'+y=0$	
	$r_1=0, r_2=1$
+	$r_1=r_2=1$
	$r_1=2, r_2=0$
	$r_1=r_2=-1$

Задание

Порядковый номер задания	3
Тип	1
Вес	1

Общее решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=0$ имеет вид	
	$C_1e^x+C_2$
	$(C_1+C_2x)e^{-x}$
	$C_1e^x+C_2e^{-x}$
+	$(C_1+C_2x)e^x$

Задание

Порядковый номер задания	4
Тип	1
Вес	1

Частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=0$ ищется в виде	
	Ax
+	$Ax+B$
	Ae^x+B
	xe^x

Задание

Порядковый номер задания	5
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=3\sin x$ ищется в виде

+	$A\cos x + B\sin x$
	$Ae^{x}\sin x$
	$A\sin x$
	$3\sin x$

Задание

Порядковый номер задания	6
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = -x + 2$ равно	
	3
	$7x + 1$
	$3e^{x}$
+	$-x$

Задание

Порядковый номер задания	7
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 3\sin x$ равно	
+	$\frac{3}{2}\cos x$
	$3\sin x$
	$3(\sin x + \cos x)$
	$3e^{x}$

Задание

Порядковый номер задания	8
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 3e^{x}$ ищется в виде	
	Ae^{x}
+	$Ae^{x}x^{2}$
	$e^{x}x^{2}$
	$Ae^{x}(x + B)$

Задание

Порядковый номер задания	9
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=-4\cos x$ ищется в виде	
	$-4(\cos x+\sin x)$
	$A\cos x$
+	$A\cos x+B\sin x$
	Ae^{x}

Задание

Порядковый номер задания	10
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=\sin 2x$ ищется в виде	
+	$A\cos 2x+B\sin 2x$
	$A\cos 2x$
	$A\sin 2x$
	Ae^{2x}

Задание

Порядковый номер задания	11
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=-3\cos x$ равно	
	$3\cos x$
	$3\sin x$
	$3/2\cos x$
+	$3/2\sin x$

Задание

Порядковый номер задания	12
Тип	1
Вес	2

Частное решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=4e^{2x}$ равно	
+	$4e^{2x}$
	$\sin 2x$
	e^{2x}
	e^{-2x}

Задание

Порядковый номер задания	13
Тип	1
Вес	1

Общее решение дифференциального уравнения $y'' + py' + qy = 0$, *p* и *q*-постоянные) в случае равных корней характеристического уравнения $r_1 = r_2 = r$ имеет вид	
	$C_1 e^{rx}$
	$C_1 e^{rx} + C_2 e^{rx}$
	$C_2 e^{rx}$
+	$(C_1 + C_2 x) e^{rx}$

Задание

Порядковый номер задания	14
Тип	1
Вес	1

Корни дифференциального уравнения $y'' + py' + qy = 0$, *p* и *q*-постоянные) в случае разных корней ($r_1 \neq r_2$). Тогда общее решение этого уравнения имеет вид	
	$C_1 e^{r_1 x} + C_2 x e^{r_2 x}$
+	$C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$
	$C_1 e^{r_1 x} + C_2$
	$C_1 e^{r_2 x} + C_2$

Задание

Порядковый номер задания	15
Тип	1
Вес	1

Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 0$, удовлетворяющее начальным условиям *y(0)=1*, $y'(0) = 0$ равно	
	e^x
	$2e^x$
+	$(1 - x)e^x$
	2x

Задание

Порядковый номер задания	16
Тип	1
Вес	2

Задача Коши $y'' - 2y' + y = 0, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1,$ имеет решение	
	$y(x) = e^x$
	$y(x) = 2e^x$

+	$y(x)=xe^{x}$
	$y(x)=2x$

Задание

Порядковый номер задания	17
Тип	1
Вес	2

Задача Коши $y''-2y'+y=0,\ \ y(0)=0, y'(0)=2$ имеет решение	
+	$2xe^{x}$
	e^{x}
	$2e^{x}$
	xe^{x}

Задание

Порядковый номер задания	18
Тип	1
Вес	1

Характеристическое уравнение для $y(x+2)-4y(x+1)+y(x)=0$ имеет вид	
	$r^{2}-4r-4=0$
	$r^{2}-4r=0$
	$r^{2}+4r=0$
+	$r^{2}-4r+4=0$

Задание

Порядковый номер задания	19
Тип	1
Вес	1

Общее решение разностного уравнения $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=0$ имеет вид	
	$(C_{1}+C_{2}x)2^{-x}$
+	$(C_{1}+C_{2}x)2^{x}$
	$C_{1}2^{x}+C_{2}2^{-x}$
	$C2^{x}$

Задание

Порядковый номер задания	20
Тип	1
Вес	2

Корни характеристического уравнения для $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=0$ равны	
+	$r_{1}=r_{2}=2$

	$r_1 = 2, \quad r_2 = 1$
	$r_1 = r_2 = 1$
	$r_1 = r_2 = -1$

Задание

Порядковый номер задания	21
Тип	1
Вес	2

Частное решение разностного уравнения $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0,\ y(1)=4$, равно	
+	$x2^{x+1}$
	2^{x+1}
	$2^x + 3^x$
	3^x

Задание

Порядковый номер задания	22
Тип	1
Вес	2

Частное решение однородного разностного уравнения $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1,\ y(1)=2$, равно	
+	2^x
	$x2^x$
	2^{x+1}
	3^x

Задание

Порядковый номер задания	23
Тип	1
Вес	2

Частное решение неоднородного разностного уравнения $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=5$ равно	
	2
+	5
	0
	3^x

Задание

Порядковый номер задания	24
Тип	1
Вес	2

Частное решение неоднородного разностного уравнения

$y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=2$ равно	
	0
+	2
	3
	4

Задание

Порядковый номер задания	25
Тип	1
Вес	2

Частное решение неоднородного разностного уравнения $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=3^x$ равно	
	2^x
	$A3^x$
	$\frac{1}{2}3^x$
+	3^x

Задание

Порядковый номер задания	26
Тип	1
Вес	2

Общее решение разностного уравнения $y(x+2)-py(x+1)+qy(x)=0$ с постоянными коэффициентами в случае равных корней $r_1=r_2=r$ характеристического уравнения имеет вид	
	$C_1r^x+C_2r^x$
	$(C_1+C_2x)r^{-x}$
+	$(C_1+C_2x)r^x$
	$C_1r^x+C_2r^{-x}$

Задание

Порядковый номер задания	27
Тип	1
Вес	2

Частное решение неоднородного разностного уравнения $y(x+2)-4y(x+1)+4y(x)=x-2$ равно	
	$x2^x$
	2^x
	$x-2$
+	x

Задание

Порядковый номер задания	28
Тип	1

Вес	1

Общее решение дифференциального уравнения $y'-y=0$ равно	
+	Ce^{x}
	e^{x}
	2^{x}
	1

Задание

Порядковый номер задания	29
Тип	1
Вес	1

Решение задачи Коши $y'-y=0$ $y(0)=2$ равно	
+	$2e^{x}$
	$2\cos x$
	$2+\sin x$
	2

Задание

Порядковый номер задания	30
Тип	1
Вес	1

Характеристическое уравнение для дифференциального уравнения $y''(x)-2y'(x)+5y(x)=0$ имеет корни	
	2, 1-2i
+	*1+2i, 1-2i*
	2, -2i
	i+2, 1-2i

Задание

Порядковый номер задания	31
Тип	1
Вес	1

Общее решение дифференциального уравнения $y''(x)-2y'(x)+5y(x)=0$ имеет вид	
	$e^{-x}(\cos 2x+\sin 2x)$
	$e^{x}(\cos 2x+\sin 2x)$
	$C_1\cos 2x+C_2\sin 2x$
+	$e^{x}(C_1\cos 2x+C_2\sin 2x)$

Задание

Порядковый номер задания	32
Тип	1
Вес	1

Частное решение дифференциального уравнения $y''(x)+2y'(x)+5y(x)=50x$ равно	
	10x
+	*10x-4*
	2x-3
	3

Задание

Порядковый номер задания	33
Тип	1
Вес	2

Характеристическое уравнение для дифференциального уравнения $y''(x)=0$ имеет вид	
+	$r^2=0$
	$r=0$
	$2r=0$
	$r^2+1=0$

Примерные вопросы для подготовки к зачету и экзамену

1. Построение множества действительных чисел. Аксиома непрерывности. Геометрическое изображение действительных чисел.
2. Числовые промежутки. Окрестности. Ограниченные и неограниченные множества. Принцип Вейерштрасса.
3. Понятие функции. Способы задания. Поведение функций. Сложная и обратная функции.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности и основные его свойства.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
6. Предел суммы, произведения и частного последовательностей.
7. Ограниченность сходящейся последовательности. Предельный переход в неравенствах.
8. Признак сходимости монотонных последовательностей. Число е.
9. Определения предела функции по Гейне и по Коши и их эквивалентность.
10. Свойства пределов функций и свойства функций, имеющих предел.
11. Односторонние пределы. Предел функции «на бесконечности». Горизонтальная асимптота.
12. Предел сложной функции. Замечательные пределы.
13. Бесконечно малые функции и их сравнение. Бесконечно большие функции и вертикальные асимптоты.
14. Непрерывность функции в точке. Непрерывность сложной функции.
15. Точки разрыва функции и их классификация.
16. Непрерывность функции на отрезке и ее свойства.

17. Первая и вторая теоремы Больцано — Коши.

18. О непрерывности обратной функции. О непрерывности элементарных функций.

19. Понятия производной и дифференциала, их геометрический и механический смысл.

20. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференцирование суммы, произведения, частного и обратной функции.

21. Дифференцирование сложной функции. Логарифмическая производная функции.

22. Производные сложной и показательной функций. Таблица производных и дифференциалов основных элементарных функций.

23. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второй производной.

24. Лемма Ферма и ее геометрический смысл.

25. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

26. Условия постоянства, возрастания (убывания) функции.

27. Правило Лопиталя.

28. Формула Тейлора и ее приложения.

29. Необходимое и достаточные условия экстремума функции.

30. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.

31. Наклонные асимптоты. Схема исследования функции и построения ее графика.

32. Понятие первообразной. Основные свойства первообразной.

33. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица простейших интегралов.

34. Интегрирование по частям и замена переменной.

35. Интегрирование простейших дробей.

36. Тригонометрические интегралы.

37. Интегрирование иррациональных функций.

38. Определенный интеграл и его свойства.

39. Связь определенного интеграла с неопределенным. Формула Ньютона — Лейбница.

40. Приближенное вычисление определенных интегралов.

41. Несобственные интегралы.

Примерные задачи для подготовки к промежуточной аттестации

Тема: Предел последовательности.

3. Используя логическую символику, записать следующие высказывания, а также их отрицания:

а) последовательность ограничена;

б) последовательность монотонно возрастает;

в) число a есть предел последовательности;

г) последовательность (x_n) бесконечно большая;

д) число a есть предельная точка последовательности.

4. Пользуясь определением предела последовательности, доказать, что
$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{5n+4}=\dfrac{2}{5}$.

5. Найти $a=\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ и определить номер $N=N(\varepsilon)$ такой, что $|x_n-a|<\varepsilon$ при всех $n>N$, если

а) $x_n=\dfrac{\sqrt{n^2+1}}{n}$, $\varepsilon=0{,}005$;

б) $x_n=\dfrac{5n^2+1}{7n^2-3}$, $\varepsilon=0{,}001$.

6. Вычислить пределы последовательностей:

а) $f(x)=C,\quad C=const\ \ x_n=\dfrac{5n^3+n^2-3}{7n^3-2n^2+4}$,

б) $x_n=\dfrac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-1)!}$,

в) $x_n=\dfrac{\sqrt[3]{8n^3-2}+5n^2}{\sqrt{4n^4+5}-\sqrt[5]{n^2+2}}$,

г) $x_n=\dfrac{6^{n+1}-5^{n+2}}{2\cdot 6^n-7\cdot 3^{n-2}}$,

д) $x_n=\sqrt{2n^2+4n-1}-\sqrt{2n^2+3n+2}$.

Тема: Предел функции.

1. В примерах а) — в) пользуясь только определением предела функции, доказать, что

$\lim\limits_{x\to a}f(x)=A$

и заполнить следующую таблицу:

	ε ,1	,01	,001
	$\delta(\varepsilon)$		

а) $f(x)=x^2,\quad a=2,\quad A=4$;

б) $f(x)=1/x,\quad a=1,\quad A=1$;

в) $f(x)=\lg x,\quad a=1,\quad A=0$.

2. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^3-37}$,

б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$,

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{tg\left[2\pi\left(x+\dfrac{1}{2}\right)\right]}$,

г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[4]{x}-1}{\sqrt[6]{x}-1}$,

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$.

Тема: Непрерывность функции.

1. Используя логическую символику, записать на языке следующие утверждения:

а) функция $f(x)$ с областью определения D_f непрерывна в точке $x_0\in D_f$;

б) функция $f(x)$ не является непрерывной в точке $x_0\in D_f$.

2. Доказать, что следующие функции непрерывны в каждой точке их естественной области определения:

а) $f(x)=C,\quad C=const$;

б) $f(x)=\log_a x$;

в) $f(x)=\sin x$.

Тема: Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Найти производную функций:

а) $y=\cos\dfrac{1}{x}$,

б) $y=\sqrt[3]{\dfrac{ax+b}{cx+d}}$,

в) $y=ctg\,x^2-\dfrac{1}{3}tg^3x$,

г) $y=2^{x^2}tg\,x$,

д) $y=\dfrac{x}{\ln x}$,

е) $y=2arc\cos\dfrac{3}{x}$.

Тема: Неопределенный интеграл.

Найти интегралы:

а) $\int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-x^2}}$,

б) $\int \frac{\sin x\,dx}{4-3\cos x}$,

в) $\int x e^x\,dx$,

г) $\int x\ln x\,dx$,

д) $\int \frac{x\,dx}{x^2-5x+4}$,

е) $\frac{dx}{3-2\sin x+\cos x}$.

Тема: Приложения определенного интеграла.

а) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y=\cos^2 x-\sin^2 x,$
$y=0,\quad x=0,\quad x=\pi/4;$

б) Найти площадь фигуры, вырезаемой окружностью $\rho=\sqrt{3}\sin\varphi$ из кардиоиды $\rho=1+\cos\varphi$;

в) Найти объем тела, образованного вращением эллипса
$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$
вокруг оси Ox;

г) Вычислить длину дуги кривой $y=\ln\sin x$ от $x=\pi/2$ до $x=\pi/3$;

д) Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси Ox дуги кривой $y^2=4x$ от $x=0$ до $x=3$;

е) Найти координаты центра масс полуокружности $x^2+y^2=1$, расположенной над осью Ox.

Тема : «Исследование функций и построение их графиков»

Исследовать функцию $y=f(x)$ и построить ее график, если

а) $y=\frac{(x-5)^3}{x^2-10x+9}$,

б) $y=\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{x+1}$,

в) $y=x^2e^{1/x}$,

г) $y=arc\sin\frac{1-x^2}{1+x^2}$.

Тесты

«Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

8. Какое из соответствий

а) $F_1 = \{(1,2), (3,2), (3,4)\}$,

б) $F_2 = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$,

в) $F_3 = \{(1,2), (3,4), (1,4)\}$,

г) $F_4 = \{(1,2), (3,4), (5,4)\}$

является функцией?

9. Какая из последовательностей

а) $x_n = (-1)^n$,

б) $x_n = \frac{n}{n+1}$,

в) $x_n = 1 - \frac{1}{2^n}$,

г) $x_n = n^{(-1)^n}$

является монотонной?

10. Какая из последовательностей

а) $x_n = \frac{n(n+1)}{(n+2)(n+3)}$,

б) $x_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$,

в) $x_n = \frac{n}{n^2 + 1}$,

г) $x_n = (-1)^n$

сходится?

11. Какая из функций

а) $f(x) = \sin\frac{1}{x}$,

б) $f(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad \text{если} \quad x \neq 0 \quad \text{и} \quad f(x) = 1, \quad \text{если} \quad x = 0$,

в) $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$,

г) $f(x) = x + \frac{x+2}{|x+2|}$

непрерывна, имеет точку разрыва первого рода, имеет устранимый разрыв, имеет точку разрыва второго рода?

12. Какая из данных функций дифференцируема в указанной точке, если

а) $y = x^{\frac{3}{5}}$ *в точке* $x = 0$, б) $y=|\ln x|$ *в точке* $x=1$,

в) $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$ *в точке* $x=\dfrac{\pi}{6}$,

г) $y=3|x|+1$ *в точке* $x=0$?

13. Какая из функций

а) $f(x)=\sin x-x$,

б) $f(x)=\sin x-x+\dfrac{x^3}{3!}$,

в) $f(x)=\sin x-x+\dfrac{x^3}{3!}-\dfrac{x^4}{4!}$,

г) $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$, *если* $x\neq 0$ *и* $f(x)=0$, *если* $x=0$

имеет максимум (минимум)?

14. Какая из кривых, определяемых одним из данных уравнений

а) $y=\dfrac{5x}{x-3}$,

б) $y=\dfrac{3x}{x-1}+3\text{x}$,

в) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$,

г) $y=\dfrac{1}{x}+4\text{x}^2$,

имеет наклонную асимптоту?

8. Сколько точек перегиба имеет график функции

$y=\dfrac{x}{x^2+1}$?

Варианты ответов:

а) 0,

б) 1,

в) 2,

г) 3.

Тесты по разделу «Интегральное исчисление функций одной переменной»

3. Найти интегралы:

1) $\int tg^2x\,dx$.

Варианты ответов:

а) $\sin x+x+C$,

б) $\cos x-x+C$,

в) $tgx-x+C$,

г) $ctgx+x+C$.

2) $\int \cos(\pi x+1)\,dx$.

Варианты ответов:

а) $-\sin(\pi x+1)+C$,

б) $\frac{1}{\pi}\sin(\pi x+1)+C$,

в) $\cos x(\pi x+1)+C$,

г) $-\frac{1}{\pi}\cos x(\pi x+1)+C$.

3) $\int \frac{dx}{1+e^x}$.

Варианты ответов:

а) $\ln(1+e^x)+C$,

б) $-\ln(1+e^x)+C$,

в) $x+\ln(1+e^x)+C$,

г) $x-\ln(1+e^x)+C$.

4) $\int x^3 \ln x\,dx$.

Варианты ответов:

а) $x^4\ln x+C$,

б) $\frac{1}{4}x^4\ln x-x+C$,

в) $\frac{1}{4}x^4(\ln x-\frac{1}{4})+C$,

г) $\frac{1}{4}x^4(\ln x+\frac{1}{4})+C$.

4. Вычислить интегралы:

1) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2\frac{x}{2}\,dx$.

Варианты ответов:

а) π,

б) 2π,

в) 0,

г) 1.

2) $\int_{e}^{e^2} \frac{dx}{x\ln x}$.

Варианты ответов:

а) 1,

б) 0,

в) $\ln 2$,

г) $\ln 4$.

3) $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^8}$.

Варианты ответов:

а) $\frac{\pi}{2}$,

б) $\frac{\pi}{4}$,

в) $\frac{\pi}{8}$,

г) $\frac{\pi}{16}$.

4) $\int_{1/\pi}^{2/\pi} \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2} dx$.

Варианты ответов:

а) 0,

б) 1,

в) 2,

г) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3.1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 1$ и прямой $x + y = 3$.

Варианты ответов:

а) 5,

б) $\frac{35}{6}$,

в) 6,

г) $\frac{37}{6}$.

3.2. Найти площадь петли кривой
$y^2 = x(x-1)^2$.

Варианты ответов:

а) $\frac{4}{15}$,

б) $1\frac{1}{15}$,

в) $\frac{8}{15}$,

г) $\frac{14}{15}$.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценка успеваемости обучающихся осуществляется в ходе текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемое наблюдение за уровнем усвоения знаний и формированием умений и навыков в течение семестра или учебного года. Он осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля являются опросы или задания, выполняемые студентами к семинарским (практическим) занятиям (СРС).

В зависимости от численности и подготовленности учебной группы по решению преподавателя допускаются два подхода к проверке уровня знаний обучающихся.

В первом случае, если численность учебной группы позволяет индивидуальную работу с обучающимися, проверка уровня освоения знаний проводится в форме устного опроса (собеседования).

Второй вариант (для учебных групп большой численности) предполагает написание контрольных и творческих работ, а также защиту рефератов по предложенным темам. Допускается использование тестирования по элементарному фактическому материалу.

Виды текущего контроля:

- индивидуальный или групповой опрос;
- контрольная работа;
- индивидуальная или групповая презентация (представление выполненного задания);
- анализ деловых ситуаций (анализ ситуации, данной в виде текстового, графического или устного материала, видеофильма, либо анализ вариантов решения проблемы, выбор оптимального варианта);
- расчетные задания;
- тесты;
- подготовка эссе;
- подготовка реферата;
- деловые игры;
- защита выполненных заданий и др.

Виды, количество самостоятельной работы, а также текущий ее контроль по каждой дисциплине определяет преподаватель.

Промежуточный контроль - зачет или экзамен в устной или письменной форме по части изучаемой дисциплины в середине семестра.

Итоговый контроль - контроль знаний и умений обучающихся непосредственно после завершения курса по дисциплине в форме экзамена или зачета.

В любом случае итоговая оценка выставляется с учетом работы студента за весь учебный период.

Промежуточный контроль может проводиться в виде зачетов, экзамена, контрольных работ и т.д. по части дисциплины (или по окончании изучения каждого модуля). Его цель - оценить работу студента за определенный период, полученные им теоретические знания, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их к решению практических задач.

На экзамене или зачете могут быть использованы вопросы-эссе. Они представляют собой письменную работу, выполняемую обучающимися во внеаудиторное время, объемом 4-5 страниц машинописного текста. Цель этой работы - формирование навыков реферирования полученной по данной дисциплине информации, краткое аннотированное изложение основных положений конкретной темы дисциплины.

Вопросы формируются таким образом, чтобы ни в учебнике, ни в лекциях по данной дисциплине не содержался прямой ответ. Для написания эссе обучающиеся должны посмотреть весь полученный материал, проработать дополнительную литературу, обобщить информацию и изложить ее в кратком виде.

Одновременно с формулированием вопросов следует определить критерии правильного ответа, т.е. решить, какой ответ будет правильным. Эти критерии формируются в виде перечня тем и положений дисциплины, которые должны быть обязательно включены в ответ студента. Ответ на вопрос должен быть логично изложен.

Содержание итогового контроля должно соответствовать программе дисциплины, равномерно охватывая все ее разделы.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Руководящие начала, которым должен следовать преподаватель в ходе процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующей этапы формирования компетенций
1	2	3
1	*Логическая схема (ЛС)*	При использовании преподавателем логической схемы он оценивает умения и навыки обучающегося по схематическому представлению некоторого объема знаний по учебной дисциплине (модулю), выраженных в специальных, присущих только этой дисциплине (модулю) терминах и категориях, по принципу иерархии и взаимосвязей между различными структурными звеньями. Помимо этого, преподаватель может предложить обучающемуся представить логическую схему, демонстрирующую знания и навыки обучающегося проводить межпредметные связи в рамках раздела (темы) модуля, дисциплины, исходя из полученных знаний в ходе освоения учебной дисциплины. Использование логических схем предоставляет вариативность в оперативном методе решения проблемы на основе стимулирования творческой активности, при котором участникам обсуждения предлагают высказывать как можно большее количество вариантов решения, в том числе самых фантастичных. Затем из общего числа высказанных идей отбирают наиболее удачные, которые могут быть использованы на практике. Суть процедуры использования логической схемы заключается в том, что процесс выдвижения, предложения идей отделен от процесса их критической оценки и отбора. Кроме того, используются разнообразные приемы "включения" фантазии, для лучшего использования "чисто человеческого" потенциала в поиске решений. Доминантным априорным результатом всегда является готовая логическая схема, понятная всем участникам (обучающимся).
2	*Тест-тренинг*	Тестирование позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств обучающегося, а также их соответствие определенным

		нормам путем анализа способов выполнения испытуемым ряда специальных заданий. Тест – это стандартизированное задание или особым образом связанные между собой задания, которые позволяют диагностировать меру выраженности исследуемого свойства у испытуемого, его психологические характеристики, а также отношение к тем или иным объектам. В результате тестирования обычно получают некоторую количественную характеристику, показывающую меру выраженности исследуемой особенности у личности. Она должна быть соотносима с установленными для данной категории испытуемых нормами. Таким образом, при проведении занятий преподаватель с помощью тестирования должен определить имеющийся уровень развития некоторого свойства в объекте исследования и сравнить его с эталоном или с развитием этого качества у испытуемого в более ранний период. Тесты обычно содержат вопросы и задания, требующие очень краткого, иногда альтернативного ответа («да» или «нет», «больше» или «меньше» и т.д.), выбора одного из приводимых ответов или ответов по балльной системе. Тестовые задания обычно отличаются диагностичностью, их выполнение и обработка не отнимают много времени. При проведении тестирования следует соблюдать ряд условий. Во-первых, нужно определить и ориентироваться на некоторую норму, что позволит объективно сравнивать между собой результаты и достижения различных испытуемых. Тест-тренинг на выявление уровня сформированности знаний, умений и навыков по учебной дисциплине применяется на основе представлений о критериях оценки знаний, умений и навыков учащихся и соответствующих норм отметок или могут быть рассчитаны лишь на сравнение испытуемых между собой по успешности выполнения ими заданий. Обучающиеся должны находиться в одинаковых условиях выполнения задания (независимо от времени и места), что позволяет объективно оценить и сравнить полученные результаты.
3	*Глоссарный тренинг (ГТ)*	При использовании преподавателем глоссарного тренинга преподаватель оценивает умения и навыки обучающегося по владению терминологией в рамках дисциплины, а также возможность обучающегося оперировать изученным понятийным аппаратом. Учебное занятие проводится с применением глоссария, который разрабатывают и подбирают обучающиеся, исходя из границ конкретного раздела (темы) учебной дисциплины. Глоссарный тренинг - это оценочное средство, целью которого является формирование недостающих поведенческих навыков и умений. Эта форма групповой работы позволяет работать с жизненными ситуациями. Тренинг как форма групповой работы позволяет использовать самые разнообразные интерактивные технологии. Активные групповые методы, применяемые в тренинге, составляют три блока: - дискуссионные методы глоссарного тренинга (групповая дискуссия, разбор ситуаций из практики, моделирование практических ситуаций, метод кейсов и др. с обязательным использованием понятийного аппарата в рамках темы (раздела) дисциплины); - игровые методы глоссарного тренинга (имитационные, деловые, ролевые игры, мозговой штурм и др.с обязательным использованием понятийного аппарата в рамках темы (раздела) дисциплины).
4	*Коллективный тренинг (КТ)*: *дискуссия, деловая*	При использовании преподавателем коллективного тренинга он проводит коллективное занятие по заранее разработанному сценарию с использованием активных методов обучения. Преподаватель должен учитывать, что деловая и/или ролевая игра - совместная деятельность группы обучающихся и преподавателя под управлением преподавателя с целью решения учебных и профессионально-ориентированных

	игра, «круглый стол»	задач путем игрового моделирования реальной проблемной ситуации. Использование подобного оценочного средства позволит оценить умение обучающегося анализировать и решать типичные профессиональные задачи. Наиболее часто встречающаяся форма коллективного тренинга - «Круглый стол» / дискуссия. Преподаватель в данном случае должен организовать интерактивные учебные занятия, позволяющие включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения. Занятие может быть проведено по традиционной (контактной) технологии, либо с использованием телекоммуникационных технологий. Дискуссия – это всестороннее обсуждение спорного вопроса в публичном собрании, в частной беседе, споре. Другими словами, дискуссия заключается в коллективном обсуждении какого-либо вопроса, проблемы или сопоставлении информации, идей, мнений, предложений. Цели проведения дискуссии могут быть очень разнообразными: обучение, тренинг, диагностика, преобразование, изменение установок, стимулирование творчества и др. В основе «круглого стола» в форме дебатов - свободное высказывание, обмен мнениями по предложенному обучающимися тематическому тезису. Участники дебатов приводят примеры, факты, аргументируют, логично доказывают, поясняют, дают информацию и т.д. Процедура дебатов не допускает личностных оценок, эмоциональных проявлений. Обсуждается тема, а не отношение к ней отдельных участников. Основное отличие дебатов от дискуссий состоит в следующем: эта форма «круглого стола» посвящена однозначному ответу на поставленный вопрос – да или нет. Причем одна группа (утверждающие) является сторонниками положительного ответа, а другая группа (отрицающие) – сторонниками отрицательного ответа. Внутри каждой из групп могут образовываться 2 подгруппы, одна подгруппа – подбирает аргументы, а вторая – разрабатывает контраргументы.
5	*Зачет*	В ходе проведения зачета преподаватель использует имеющиеся вопросы к зачету, при этом сам зачет проводится, как правило, в устной форме. Возможно проведение зачета с использованием информационных тестовых систем или тестовых заданий, критерии оценки которых приведены выше.
6	*Экзамен*	В ходе проведения экзамена преподаватель представляет обучающимся возможность выбора соответствующего билета с необходимостью ответа на поставленные вопросы. Оцениваются знания, навыки и умения обучающихся исходя из установленных критериев оценивания. Экзамен проводится, как правило, в устной форме.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бурмистрова, Е.Б. Математический анализ и дифференциальные уравнения [Текст] : Учебник для студентов вузов. - М. : Издательский центр "Академия", 2010. - 368 с.
2. Тер-Крикоров А.М. Курс математического анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов/ Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И.— Электрон. тек-

стовые данные.— М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013.— 677 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/6508.— ЭБС «IPRbooks»

3. Холодов Ю.В. Учебно-методическое пособие по «Математическому анализу» [Электронный ресурс]: для бакалавров по направлению подготовки 080100 «Экономика» заочное отделение 1 курс/ Холодов Ю.В.— Электрон. текстовые данные.— Астрахань: Астраханский инженерно-строительный институт, ЭБС АСВ, 2012.— 149 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17072.— ЭБС «IPRbooks»

4. Орел Е.Н. Сборник задач по курсу «Математика в экономике». Часть 2. Математический анализ [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Орел Е.Н., Рылов А.А., Бабайцев В.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Финансы и статистика, 2013.— 368 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/18836.— ЭБС «IPRbooks»

5. Ганиев В.С. Математический анализ. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ганиев В.С.— Электрон. текстовые данные.— Самара: Самарский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.— 172 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/20476.— ЭБС «IPRbooks»

6. Основы математического анализа [Электронный ресурс]: методические указания, примеры решения задач и индивидуальные домашние задания для студентов I-го курса ЭУИС МГСУ всех направлений подготовки/ — Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2014.— 88 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23283.— ЭБС «IPRbooks»

7. Полькина Е.А. Сборник заданий по высшей математике с образцами решений (математический анализ) [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Полькина Е.А., Стакун Н.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Прометей, 2013.— 200 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/24022.— ЭБС «IPRbooks»

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. — М.: Высш. шк., 2008.

2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т. 2: Дифференциальное и интегральное исчисление. — М.: Дрофа, 2009.

3. Математика в понятиях, определениях и терминах. Под ред. Л.В.Сабинина. — М.: Просвещение, ч. 1, 1978; ч. 2, 2008.

4. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. — М.: Физматлит, 2008.

5. Хрестоматия по истории математики. Математический анализ. Теория вероятностей. Под ред. А.П.Юшкевича. — М.: Просвещение, 2008.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

www.cfin.rit/flnaiialysis/iiidex.shtml - Портал об управленческом менеджменте, консалтинге и маркетинге. Материалы о математическом аппарате и программных продуктах. Каталог компаний и периодических изданий данной тематики.

www.bfm.ru/press/ - Новости финансов, индустрии, IT и др. Анализ и обзор финансовых рынков, котировки валют, российские и мировые индексы.

www.finanaliz.ru - Финансовая и банковская аналитика.

http://economics.edu.ru – Образовательный портал «Экономика, социология, менеджмент».

http://www.gov.ru – Сервер органов государственной власти России.

http://www.gks.ru – официальный сайт Росстата

http://www.economy.gov.ru – официальный сайт Минэкономразвития РФ

http://www.minfin.ru – официальный сайт Министерства финансов РФ

http://www.cbr.ru – официальный сайт Центрального банка РФ

http://www.minregion.ru – официальный сайт Министерство регионального развития РФ

http://www. consultant. ru/ poisk – справочно-правовая система «КонсультанатПлюс»

Справочная правовая система «Консультант-Плюс» - www.consultant.ru

Справочная правовая система «Гарант» - www.garant/.ru

Электронно-библиотечная система обеспечивает возможность индивидуального доступа для каждого обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет ЭБСIPRbooks - http://www.iprbookshop.ru

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Основными видами аудиторной работы обучающегося при изучении дисциплины являются лекции и практические занятия.

На лекциях излагаются и разъясняются основные понятия темы, связанные с ней теоретические и практические проблемы, даются рекомендации для самостоятельной работы. В ходе лекции обучающийся должен внимательно слушать и конспектировать лекционный материал.

Завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины практические занятия. Они служат для контроля преподавателем уровня подготовленности обучающегося; закрепления изученного материала; развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений по социологической проблематике; приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, в том числе аргументации и защиты выдвигаемых положений и тезисов.

Практическому занятию предшествует самостоятельная работа обучающегося, связанная с освоением лекционного материала и материалов, изложенных в литературе, рекомендованной преподавателем. По согласованию с преподавателем или его заданию обучающийся может подготовить доклады по отдельным темам дисциплины. Примерные темы эссе, презентаций и вопросов для обсуждения приведены в настоящей рабочей программе.

Практические занятия могут проводиться и в форме учебных конференций. Конференция включает в себя выступления обучающихся с подготовленными докладами по отдельным темам дисциплины. Желательно предварительно представить текст доклада преподавателю для ознакомления.

Качество учебной работы обучающихся преподаватель может оценивать, выставляя текущие оценки в рабочий журнал. Обучающийся имеет право ознакомиться с выставленными ему оценками.

Важным видом работы обучающегося при изучении дисциплины является самостоятельная работа. Она должна носить творческий и планомерный характер. Нельзя опираться только на тот материал, который был озвучен в ходе лекций или практических занятий, необходимо закрепить его и расширить в ходе самостоятельной работы. Наибольший эффект достигается при использовании «системы опережающего чтения», т. е. предварительного самостоятельного изучения материала следующей лекции.

Ошибку совершают те студенты, которые надеются освоить весь материал только за время подготовки к зачету. Опыт показывает, что уровень знаний у таких обучающихся, как правило, является низким, а главное – недолговечным.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации преподавателя. Они могут быть как индивидуальными, так и в составе учебной группы. С графиком консультаций преподавателей можно ознакомиться на кафедре.

Для обучающихся заочной формы обучения самостоятельная работа является основным видом работы по изучению дисциплины. Она включает изучение материала установочных занятий и рекомендованной литературы, выполнение заданий преподавателя (домашних контрольных заданий, рефератов).

Самостоятельную работу по изучению дисциплины целесообразно начинать с изучения установленных требований к знаниям, умениям и навыкам, ознакомления с темами дисциплины в порядке, предусмотренном учебной программой. Получив представление об основном содержании темы, необходимо изучить ее по учебнику, придерживаясь рекомендаций преподавателя по методике работы над учебным материалом, данных в ходе установочных занятий.

Полезно ознакомиться с первоисточниками (или извлечениями из них), то есть работами выдающихся социологов. При желании или по рекомендации преподавателя можно составить их краткий конспект.

Список тем письменных творческих работ (эссе и презентаций) и докладов предлагается обучающимся в начале учебного года. Обучающийся вправе выбрать тему из данного списка или предложить свою (согласовав с преподавателем). Не разрешается представлять одну и ту же работу более чем по одной дисциплине.

Требования к набранным на компьютере творческим работам: полуторный интервал, кегль -14, цитирование и сноски в соответствии с принятыми стандартами, тщательная выверенность грамматики, орфографии и синтаксиса. Текст эссе должен быть от 5 до 10 страниц. Текст эссе, доклада или реферата должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.32-2001 «Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления».

Презентация от 6 до 15 слайдов. Творческая работа не должна быть ни в коем случае реферативного, описательного характера, большое место в ней должно быть уделено аргументированному представлению точки зрения обучающегося, критической оценке рассматриваемого материала и проблематики, что должно выявить его аналитические способности. То же касается и устного выступления-доклада, который должен представлять собой не пересказ чужих мыслей, а попытку самостоятельной проблематизации и концептуализации определенной, достаточно узкой и конкретной темы, связанной с той или иной проблемой.

Все имеющиеся в творческой работе (эссе) сноски тщательно выверяются и снабжаются «адресами». Недопустимо включать в свою работу выдержки из работ других авторов без указания на это, пересказывать чужую работу близко к тексту без отсылки к ней, использовать чужие идеи без указания первоисточника. Это касается и источников, найденных в сети «Интернет». Необходимо указывать полный адрес сайта. Все случаи плагиата должны быть исключены. В конце работы дается исчерпывающий список всех использованных источников.

Наиболее ответственным этапом в обучении студентов является экзаменационная сессия. На ней студенты отчитываются о выполнении учебной программы, об уровне и объеме полученных знаний. Это официальная отчетность ВУЗа о качестве подготовки студентов за период обучения.

На сессии студенты сдают экзамены или зачеты. Зачеты могут проводиться с дифференцированной отметкой или без нее, с записью «зачтено» в зачетной книжке. Экзамен как высшая форма контроля знаний студентов оценивается по пятибалльной системе.

Залогом успешной сдачи всех экзаменов являются систематические, добросовестные занятия студента. Однако это не исключает необходимости специальной работы перед сессией и в период сдачи экзаменов. Специфической задачей студента в период экзаменационной сессии являются повторение, обобщение и систематизация всего материала, который изучен в течение года.

Начинать повторение рекомендуется за месяц-полтора до начала сессии. Прежде чем приступить к нему, необходимо установить, какие учебные дисциплины выносятся на сессию и, если возможно, календарные сроки каждого экзамена или зачета.

Установив выносимые на сессию дисциплины, необходимо обеспечить себя программами, которые представлены на официальном сайте ВУЗа. В основу повторения должна быть положена только программа. Не следует повторять ни по билетам, ни по контрольным вопросам. Повторение по билетам нарушает систему знаний и ведет к механическому заучиванию, к "натаскиванию". Повторение по различного рода контрольным вопросам приводит к пропускам и пробелам в знаниях и к недоработке иногда весьма важных разделов программы.

Повторение - процесс индивидуальный; каждый студент повторяет то, что для него трудно, неясно, забыто. Поэтому, прежде чем приступить к повторению, рекомендуется сначала внимательно посмотреть программу курса, установить наиболее трудные, наименее усвоенные разделы.

В процессе повторения анализируются и систематизируются все знания, накопленные при изучении программного материала: данные учебника, записи лекций, конспекты изученной литературы, заметки, сделанные во время консультаций или семинаров, и др. Ни в коем случае нельзя ограничиваться только одним конспектом, а тем более, чужими записями. Всякого рода записи и конспекты - вещи сугубо индивидуальные, понятные только автору.

Само повторение рекомендуется вести по темам программы и по главам учебника. Закончив работу над темой (главой), необходимо ответить на вопросы учебника или выполнить задания, а самое лучшее - воспроизвести весь материал.

Консультации, которые проводятся для студентов в период экзаменационной сессии, необходимо использовать для углубления знаний, для восполнения пробелов и для разрешения всех возникших трудностей. Без тщательного самостоятельного продумывания материала беседа с консультантом неизбежно будет носить «общий», поверхностный характер и не принесет нужного результата.

ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

В ходе организации образовательного процесса по дисциплине применяются следующие информационные технологии:

- проведение лекций с использованием мультимедийной техники;
- использование дистанционной технологии при обсуждении материалов по дисциплине с преподавателем;
- использование мультимедийных технологий при проведении промежуточного и итогового контроля;
- использование компьютерных технологий и программных продуктов (MSOffice, 1С:Предприятие и др.) необходимых для систематизации и обработки данных, проведения требуемых программой дисциплины расчетов, оформления письменных работ и т.д.

Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, используемых при изучении дисциплины, включает:

- операционную систему Windows;
- свободное программное обеспечение (операционная система семейства Linux);
- соответствующее прикладное программное обеспечение (MSOffice);
- электронно-библиотечная система IPRBooks (ресурс доступа http://www.skgi.ru/);
- справочно-правовая система данных «Гарант»;

- справочно-правовая система данных «Консультант».

На бумажном и электронном носителях для преподавателей и обучающихся сформированы каталоги (ресурс доступа http://www.skgi.ru/).

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Компьютеры – IBM-совместимые, конфигурации не ниже Pentium-4. Один компьютер установлен в читальном зале библиотеки.

В компьютерном классе института организована собственная (закрытая) локальная сеть. Функционирует 1 сервер (выделенный сервер учебных классов). Доступ в Интернет реализован через ADSL соединение (провайдер – ОАО «ЮТК»), со скоростью 8 Мбит/с. Институт располагает собственным Интернет-сайтом: www.skgi.ru.

Компьютерной техникой в достаточном количестве оснащены и все административные подразделения вуза.

Общее количество применяемых в вузе технических средств показано в таблице.

Техника	Количество (шт.)
Компьютеры	23
Принтеры	8
Сканеры	3
Ксероксы (в т.ч. 3 в 1)	2
Мультимедийный проектор	1
Факсы	2
Телевизоры	1
Видеомагнитофоны	1

Общая площадь учебно-лабораторных помещений в расчете на 1 обучающегося (приведенного контингента) – 38,71 кв. м.;

Количество персональных компьютеров в расчете на 1 обучающегося (приведенного контингента) – 0,51 единиц;

Доля стоимости современных (не старше 5 лет) машин и оборудования в вузе в общей стоимости машин и оборудования – 65,07%;

Количество экземпляров учебной и учебно-методической литературы из общего количества единиц хранения библиотечного фонда, состоящих на учете, в расчете на 1 обучающегося (приведенного контингента) – 348,42 единицы.

Образовательный процесс в институте осуществляется в предоставленных в безвозмездное пользование помещениях, расположенных по адресу: ул. Лермонтова, 312А.

Для проведения лекционных, семинарских и практических занятий используется 8 оснащенных учебных аудиторий, в том числе один компьютерный класс, оборудованный 14 компьютерами (14 рабочих мест), снабженный мультимедийным проектором.

Все учебные аудитории оборудованы соответствующей мебелью и классными досками. Обучающиеся и преподаватели вуза имеют неограниченный доступ к копировальной технике для размножения актуальных учебных и научных материалов.

Количество посадочных мест в библиотеке института – 20.