ЧАСТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ГУМАНИТАРНЫЙ ИНСТИТУТ»

«УТВЕРЖДАЮ»
Ректор ЧОУ ВО «СКГИ»
к.ю.н., доцент

А.Р. Саруханян

ЧОУ ВО «СКГИ»

«_06_» __июня____ 2021 года

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ 38.03.01 – ЭКОНОМИКА
УРОВЕНЬ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ – БАКАЛАВРИАТ

ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ: АКАДЕМИЧЕСКИЙ БАКАЛАВРИАТ

НАПРАВЛЕННОСТЬ (ПРОФИЛЬ) ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ:
БУХГАЛТЕРСКИЙ УЧЕТ, АНАЛИЗ И АУДИТ

КАФЕДРА ГУМАНИТАРНЫХ И СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Ставрополь, 2021

Автор-составитель:

Белозерова Любовь Павловна, кандидат географических наук, доцент, заведующий кафедрой «Гуманитарных и социально-экономических дисциплин» ЧОУ ВО «Северо-Кавказский гуманитарный институт».

Рецензенты:

Сорокин И. О.– кандидат юридических наук, заведующий кафедрой «Гражданско-правовых дисциплин» ЧОУ ВО «Северо-Кавказский гуманитарный институт»;

Кузина С.А., доктор политических наук, заведующий кафедрой «Гуманитарных и социально-экономических дисциплин» Ростовского института (филиала) ФГБОУ ВО «Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста России)» в г. Ростове-на-Дону.

Рабочая программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры гуманитарных и социально-экономических дисциплин ЧОУ ВО «Северо-Кавказский гуманитарный институт».

Протокол № «_11_» от «_06_» _августа___ 2021 года

Рабочая программа учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения в экономике» подготовлена на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика» (уровень бакалавриата).

ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Овладение основными понятиями теории дифференциальных уравнений, иметь представлений о её методах и приложениях в механике, физике, а также с другими математическими дисциплинами.

Для достижения данной цели необходимо :

–иметь представления об основных методах решения простейших дифференциальных уравнений в квадратурах;

–уметь решать линейные уравнения; знать основные случаи поведения решения однородных и неоднородных линейных уравнений: кратные корни, резонанс, комплексные корни.

–иметь понятие о системах линейных и нелинейных уравнений и их приложениях.

–иметь представление об основных понятиях теории дифференциальных уравнений;

–знать и уметь доказывать основные теоремы курса;

–уметь решать основные дифференциальные уравнения и пользоваться ими;

–иметь представление о современных направлениях развития дифференциальных уравнений и их приложениях.

В результате освоения программы учебной дисциплины обучающиеся должны:

обладать следующими общекультурными компетенциями (ОК):

- способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности (ОК-3);

обладать следующими общепрофессиональными компетенциями (ОПК):

способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-1);

способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);

способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3);

обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

<u>расчетно-экономическая деятельность:</u>

- способностью собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1);

- способностью на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы рассчитать экономические и социально-экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов, (ПК-2);

- способностью выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами (ПК-3);

аналитическая, научно-исследовательская деятельность:

- способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты (ПК-4);

Соответствие результатов изучения дисциплины планируемым результатам освоения ОП

Код компетенции	Название – определение (краткое содержание) компетенции	Структура компетенции Дескрипторные характеристики компетенции
		Общекультурные компетенции
ОК-3	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	**знать:** - основные термины и определения экономической науки; - основные законы, принципы и методы экономической науки; **уметь:** - использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности; **владеть:** - навыками использования экономических знаний в различных сферах деятельности;
		Общепрофессиональные компетенции
ОПК-1	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	**знать:** - основы информационной и библиографической культуры; - сущность и значение информационно-коммуникационных технологий в решении стандартных задач профессиональной деятельности; - основные требования информационной безопасности; **уметь:** – использовать источники экономической, социальной, управленческой информации; – осуществлять поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; – работать с информацией в глобальных компьютерных сетях; **владеть:** - современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных; – навыками работы в глобальных компьютерных сетях;
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	**знать:** - методы сбора информации для решения поставленных экономических задач; - методы анализа данных, необходимых для проведения конкретных экономических расчетов по решению поставленных экономических задач; **уметь:** - использовать источники экономической, социальной,

		управленческой информации; - осуществить поиск информации по полученному заданию, сбор, анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; - обрабатывать и представлять результаты по сбору и обработки данных, необходимых для решения поставленных экономических задач; - проверять качество аналитической информации, полученной в процессе проведения финансового анализа и выполнять процедуры по ее обобщению; **владеть:** - навыками сбора, анализа и обработки данных, необходимых для решения профессиональных задач;
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	**знать:** - основы математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения экономических задач; - инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей; - основы построения, расчета и анализа современной системы показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов на микро- и макроуровне; **уметь:** - осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы; **владеть:** - навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; - современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных; - методами представления результатов анализа;
Профессиональные компетенции		
расчетно-экономическая деятельность:		
ПК-1	способностью собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально- экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов	**знать:** - основные понятия, категории и инструменты экономической теории и прикладных экономических дисциплин; - источники информации и принципы работы с ними; - методы сбора, анализа и обработки исходной информации для проведения расчетов экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов; **уметь:** - собрать исходные данные; - систематизировать информацию; - представить информацию в наглядном виде (в виде таблиц и графиков); - установить достоверность информации; **владеть:** - современными методами сбора, обработки и анализа экономических и социальных данных

ПК-2	способностью на основе типовых методик и действующей нормативно- правовой базы рассчитать экономические и социально- экономические показатели, характеризующие деятельность хозяйствующих субъектов	**знать:** - основные понятия и категории математического анализа и линейной алгебры, используемые при расчете экономических и социально-экономических показателей; - типовые методики расчета основных экономических и социально-экономических показателей; - нормативно-правовую базу расчета основных экономических и социально-экономических показателей; **уметь:** - рассчитать на основе типовых методик и действующей нормативно-правовой базы экономические и социально-экономические показатели; **владеть:** - современными методиками расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих экономические процессы и явления на микро- и макроуровне;
ПК-3	способностью выполнять необходимые для составления экономических разделов планов расчеты, обосновывать их и представлять результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами	**знать:** - основные инструменты математического анализа, математической статистики, используемые при расчете экономических показателей; - виды экономических разделов планов предприятий различных форм собственности, организаций и ведомств; - состав показателей экономических разделов планов предприятий; - способы обоснования и представления результатов работы в соответствии с принятыми в организации стандартами; **уметь:** - выполнить расчеты для разработки экономических разделов планов предприятий различных форм собственности, организаций и ведомств; - обосновать произведенные для составления экономических планов расчеты; - представить результаты работы в соответствии с принятыми в организации стандартами; **владеть:** - современными способами расчета показателей экономических разделов планов предприятий; - навыками обоснования и представления результатов работы по разработке экономических разделов планов предприятий, организаций, ведомств;
аналитическая, научно-исследовательская деятельность:		
ПК-4	способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	**знать:** - виды теоретических и эконометрических моделей; методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов; - методы анализа результатов применения моделей к анализируемым данным; **уметь:** - строить на основе описания ситуаций стандартные

		теоретические и эконометрические модели; - анализировать и содержательно интерпретировать результаты, полученные после построения теоретических и эконометрических моделей; **владеть:** - современной методикой построения эконометрических моделей; - методами и приемами анализа экономических явлений и процессов с помощью стандартных теоретических и эконометрических моделей;

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Индекс	Наименование циклов, дисциплин, профессиональных модулей, междисциплинарных курсов	Содержание дисциплины	Трудоемкость (зачетные единицы)	Компетенции обучающихся, формируемые в результате освоения дисциплины
Б1.В.ДВ	**Блок 1. Вариативная часть. Дисциплины по выбору**			
Б1.В.ДВ.4.2	Дифференциальные уравнения в экономике	Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений Уравнения с разделяющимися переменными и другие примеры уравнений, интегрирующихся в квадратурах Теоремы существования и единственности Линейные уравнения. Метод Эйлера Линейные уравнения любого порядка и системы линейных уравнений Системы нелинейных уравнений Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных первого порядка Уравнения с дискретным временем Уравнения в частных производных.	**3**	**ОК-3** **ОПК-1** **ОПК-2** **ОПК-3** **ПК-1** **ПК-2** **ПК-3** **ПК-4**

		Уравнение теплопроводности и уравнение струны. Уравнение Лапласа		

ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

3 зачетные единицы

Вид учебной работы	***Количество часов***
Максимальная учебная нагрузка (всего)	***108***
Объёма активных и интерактивных форм учебной работы (всего)	
Аудиторная учебная работа обучающихся (всего)	***10***
в том числе (приведены максимальные показатели):	
- *лекции*	*4*
- *семинары*	
- *практические занятия*	
- *консультации*	
- *лабораторные занятия*	*6*
- *контрольные работы*	
- *текущий контроль*	
- *промежуточная аттестация* - ***зачет***	*4*
Самостоятельная работа обучающихся(всего)	***94***
в том числе (варианты даны для примера, использовать по усмотрению, дополнять):	
- *оформление и разработка учебного проекта*	
- *подготовка к лекциям*	*4*
-*подготовка к практическим занятиям*	*6*
- *подготовка реферата, устного сообщения, доклада*	*28*
- *оформление презентации*	*24*
- *письменная работа*	
- *выполнение домашней работы и т.д.*	*32*

СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ ОТВЕДЕННОГО НА НИХ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ИЛИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ЧАСОВ И ВИДОВ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Тематический план учебной дисциплины заочной формы обучения

Темы дисциплины	Количество часов				
	Всего	Лекции	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Зачет
1	2	3	4	5	6
4 семестр					
Тема 1. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений	14	2	2	10	
Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными и другие примеры уравнений, интегрирующихся в квадратурах	10			10	
Тема 3. Теоремы существования и единственности	10			10	
Тема 4. Линейные уравнения. Метод Эйлера	12		2	10	
Тема 5. Линейные уравнения любого порядка и системы линейных уравнений	12			12	
Тема 6. Системы нелинейных уравнений	12			12	
Тема 7. Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных первого порядка	14	2	2	10	
Тема 8. Уравнения с дискретным временем	10			10	
Тема 9. Уравнения в частных производных. Уравнение теплопроводности и уравнение струны. Уравнение Лапласа	10			10	
Всего часов по дисциплине (3 зачетные единицы)	**108**	**4**	**6**	**94**	**4**

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ПО ТЕМАМ

Тема 1. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений

Примеры простейших уравнений. Уравнения свободного падения, колебаний и другие примеры из школьного курса физики. Химическая кинетика и законы распадов и взаимодействий. Биологические системы и законы рождаемости. Полиномы, экспоненты и тригонометрические функции как решения дифференциальных уравнений.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными и другие примеры уравнений, интегрирующихся в квадратурах

Уравнения, не зависящие от времени. Интегральные кривые и фазовый портрет – разные геометрические представления дифференциального уравнения и их решений. Изоклины и поле направлений. Понятие стационарных точек. Типы стационарных точек: источники и стоки. Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 3. Теоремы существования и единственности

Метрическое пространство. Полные метрические пространства. Сжатые отображения и теорема о неподвижной точке. Интегральные кривые и примеры не единственности и ухода на бесконечность за конечное время.

Тема 4. Линейные уравнения. Метод Эйлера

Линейные уравнения первого порядка. Однородные и неоднородные уравнения. Линейные уравнения второго порядка. Колебания. Резонанс. Формула Эйлера. Ряды экспоненты и тригонометрических функций.

Тема 5. Линейные уравнения любого порядка и системы линейных уравнений

Системы однородные и неоднородные. Случай кратных и комплексных корней. Матричный метод интегрирования систем линейных уравнений. Системы второго порядка. Типы особых точек. Центр, фокус, седло, узел.

Тема 6. Системы нелинейных уравнений

Законы сохранения и их геометрическое представление. Убывающие функции. Уравнения химической кинетики. H- теорема. Устойчивость положений равновесия. Кеплерова задача. Закон сохранения момента количества движения и энергии. Вывод законов Кеплера из закона тяготения Ньютона.

Тема 7. Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных первого порядка

Уравнение Лиувилля и уравнение неразрывности. Гауссово распределение. Сходимость решений уравнений Лиувилля. Дельта-функции Дирака и обобщенные функции. Математическое ожидание и дисперсия. Сопряженные уравнения и законы сохранения. Распределение Максвелла-Больцмана и гамильтоновы системы. Простейшее движение в одномерном потенциале. Геометрическое изображение нелинейных и линейных колебаний.

Тема 8. Уравнения с дискретным временем

Геометрическая и арифметическая прогрессия. Числа Фибоначчи и их обобщения. Метод Эйлера и геометрическая прогрессия. Системы линейных уравнений с дискретным временем. Уравнение второго порядка. Случаи кратных и комплексных корней. Резонанс.

Тема 9. Уравнения в частных производных. Уравнение теплопроводности и уравнение струны. Уравнение Лапласа

Метод Фурье. Задача о колебаниях струны и мембраны. Задача с движении тепла в стержне. Фундаментальные решения уравнения Лапласа.

ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема 1. Основные понятия дифференциальных уравнений.

Методические указания.

Первое занятие посвящается построению интегральных кривых и фазовых портретов дифференциальных уравнений. Дается дифференциальное уравнение с правой частью – рациональной функцией

$$dy/dx = F(y) \qquad (1)$$

Требуется

1. Построить график правой части F(y). Это – школьная задача, но строить удобно начинать справа, определяя асимптотику при y, стремящемся к бесконечности. Отметить нули и полюса, а потом переходить через них последовательно – если соответствующий показатель четный, то знак не меняется и наоборот.
2. Построить интегральные кривые, пользуясь тем, что производная больше нуля означает возрастание интегральной кривой и наоборот. Поэтому рисуются специальные изоклины – линии с нулевым наклоном. Это точки, где правая часть уравнения (1) обращается в ноль. В данном случае это прямые линии, легко опре-

деляющиеся из графика правой части задания 1. Эти изоклины, кроме того, являются частными точными решениями уравнения (1). Другое семейство важных изоклин – с бесконечным наклоном тоже являются прямыми.

3. Нарисовать фазовый портрет. Это значит – на прямой отметить особые точки, нарисовать направление движения вне них и нарисовать характер особых точек – источники это или стоки или точки смешанного поведения.

Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными.

Методические указания.

Требуется

1. С помощью изоклин оценить поведение интегральных кривых и нарисовать их.
2. Разделить переменные, решить уравнение.
3. Уточнить интегральные кривые. Для этого найти асимптотики на бесконечностях и в особых точках.

Пример. Перекресток.

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{x}{t^3}$$

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, отрицательны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают, а во второй и четвертой – положительны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$. Получаем, что $t=0$ является решением.

Т.к. при заменах $t \to t$, $x \to -x$; $t \to -t$, $x \to x$ и $t \to -t$, $x \to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $\frac{dx}{x} = -\frac{dt}{t^3}$. Интегрируя, получаем: $\ln|x| = 1/(2t^2) + C$, где C – произвольная постоянная. Множество всех решений можно записать в виде: $x = C_1 e^{1/(2t^2)}$, где C_1 – произвольная постоянная, $t=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t) = C_1 e^{1/(2t^2)}$. При $C_1 = 0$ это ось t. Т.к. $e^{-1/t} > 0$, то кривые, соответствующие $C_1 > 0$, расположены в верхней полуплоскости для оси t, а кривые, соответствующие $C_1 < 0$, находятся в нижней полуплоскости для оси t. $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = +\infty$, если $C_1 > 0$, и $\lim\limits_{t\to 0} x(t) = -\infty$, если $C_1 < 0$. Поэтому точка $t=0$ является точкой разрыва для кривой $x(t) = C_1 e^{1/(2t^2)}$, где $C_1 \neq 0$, и эта кривая имеет вертикальную асимптоту при $t \to 0$: ось x. Т.к. $\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = C_1$, то кривая $x(t) = C_1 e^{-1/t}$ имеет горизонтальную асимптоту при $t \to \infty$: $x = C_1$. Решение при $C_1 = 0$ является сепаратрисой.

Полученную картину интегральных кривых назовем “седло-гребенка” или “перекресток”.

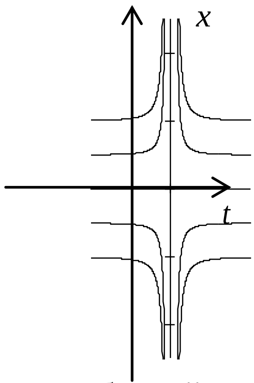


Рис. “Седло-гребенка” или “перекресток”.

Тема 3. Метод вариации произвольных постоянных.

Методические указания.

Это задание является примером решения неоднородного линейного уравнения, поэтому, как обычно, решается однородное уравнение. Оно решается методом разделения переменных. При этом решение имеет характерный вид – постоянная стоит множителем пред решением. Эта постоянная и варьируется на втором шаге, когда ищется решение неоднородного уравнения. При этом получается уравнение на эту переменную, которое решается, и выписывается окончательный ответ.

Тема 4. Метод Эйлера решения линейных уравнений.

Методические указания.

Рассматривается линейное дифференциальное уравнение второго порядка, выполняется экспоненциальная подстановка, и получается характеристическое уравнение. Это уравнение второго порядка, т.е. квадратное, поэтому у него два корня. Выписывая сумму с произвольными коэффициентами этих экспонент, получаем общее решение. Если решение имеет комплексные корни, то выписать действительные решения.

Пример.

1) Решить уравнение $x'' + 2x' + (1 + \alpha^2)x = 0$ для некоторых значений $\alpha \in \mathbb{N}$. 2) Найти решение, удовлетворяющее начальным данным $x(0) = \beta$, $x'(0) = 0$ для некоторых значений $\beta \in \mathbb{N}$.

Ответ: $x(t) = e^{-t}(A\cos\alpha t + B\sin\alpha t)$, $x(t) = e^{-t}\left(\beta\cos\alpha t + \frac{\beta}{\alpha}\sin\alpha t\right)$.

Тема 5. Неоднородные линейные уравнения.

Методические указания.

Сначала решается соответствующее однородное уравнение. Потом ищется частное решение неоднородного уравнения в соответствующем виде. Если неоднородность есть полином, умноженный на экспоненту, то решение ищется в таком же виде.

Пример. Решить уравнение $x^{(4)} + 2\alpha x'' + \alpha^2 x = \sin \beta t$ для $\alpha > 0$.

Характеристическое уравнение для однородного уравнения: $\lambda^4 + 2\alpha\lambda^2 + \alpha^2 = 0$, можно записать в виде: $\left(\lambda^2 + \alpha\right)^2 = 0$. Поэтому оно имеет два двукратных корня: $\lambda = \pm i\sqrt{\alpha}$. Значит, при $\beta \neq \pm\sqrt{\alpha}$ частное решение надо искать в виде $x_ч(t) = a\cos\beta t + b\sin\beta t$, а при $\beta = \pm\sqrt{\alpha}$ – в виде $x_ч(t) = t^2\left(a\cos\beta t + b\sin\beta t\right)$.

Тема 6. Уравнения с дискретным временем.

Методические указания.

Здесь вместо экспоненциальной подстановки Эйлера решение ищется в виде геометрической прогрессии. При этом получается характеристическое уравнение на знаменатель этой прогрессии. Если получаются совпадающие корни, то общее решение записывается в виде геометрической прогрессии, умноженной на арифметическую. Если при этом уравнение неоднородное, то ищется частное решение.

Пример . Решить уравнение $x_n = 2\alpha x_{n-1} - \alpha^2 x_{n-2} + \beta^n$.

Поскольку характеристическое уравнение для однородного уравнения $x_n - 2\alpha x_{n-1} + \alpha^2 x_{n-2} = 0$: $q^2 - 2\alpha q + \alpha^2 = 0$, имеет двукратный корень $q_{1,2} = \alpha$, то его общее решение имеет вид: $x_n = (A + Bn)\alpha^n$.

Если $\beta \neq \alpha$, то частное решение ищем в виде: $x_n = a\beta^n$, и находим, что $a = \beta^2 / (\beta - \alpha)^2$. Получаем общее решение неоднородного уравнения при $\beta \neq \alpha$: $x_n = (A + Bn)\alpha^n + \left(\beta^2/(\beta-\alpha)^2\right)\beta^n$.

Тема 7. Движение в одномерной потенциальной яме.

Методические указания.

Требуется нарисовать фазовые траектории при движении частицы по второму закону Ньютона в одномерном потенциале. Сначала рисуется потенциал – обычно это полином с известными корнями. После этого рисуются фазовые траектории для всех характерных уровней энергии. Для каждого из уровней энергии выясняется число различных решений.

Пример. Описать движение материальной точки с потенциальной энергией $U(x) = x^3(x-4)^3$.

При $E = E_0 < U(x_1)$, где x_1 – точка минимума функции $U(x)$, решений нет. При $E = E_1 = U(x_1)$ имеем единственное решение – стационарную точку: $x(t) = x_1$. При $E = E_2$ $(E_1 < E_2 < 0)$ и при $E = E_4$ $(E_4 > 0)$ получаем единственное финитное решение, поскольку движущаяся материальная точка приходит и уходит из точек поворота за конечное время. А в случае $E = E_3 = 0$ имеем четыре решения: две стационарные точки: $x(t) = 0, x(t) = 4$, и две фазовые траектории с концами в этих стационарных точках (одна – с $v > 0$, другая – с $v < 0$), поскольку вход и выход из точек остановки происходит за бесконечное время в силу того, что они являются стационарными точками функции $U(x)$.

Тема 8. Законы сохранения для систем нелинейных уравнений.

Методические указания.

Требуется найти законы сохранения для системы двух дифференциальных уравнений. После этого понизить порядок и решить систему.

Пример. Исследовать систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dn_1}{dt} = \sigma\left(n_2^2 - n_1^2\right), \\ \dfrac{dn_2}{dt} = \sigma\left(n_1^2 - n_2^2\right). \end{cases}$$

Закон сохранения получается сложением уравнений – тогда правая часть равна нулю. Получаем $n_1 + n_2 = C$. Стационарные решения: $n_2^2 - n_1^2 = 0$. Это пара прямых $n_2 = n_1$ и $n_2 = -n_1$. Имеем, вычитая одно уравнение из другого с использованием закона сохранения.

$$\frac{d}{dt}(n_1 - n_2) = -2\sigma C(n_1 - n_2).$$

$$n_1 - n_2 = C_1 e^{-2\sigma Ct}$$

Ответ. $\begin{cases} n_1 = \left(C + C_1 e^{-2\sigma Ct}\right)/2, \\ n_2 = \left(C - C_1 e^{-2\sigma Ct}\right)/2. \end{cases}$

Исследуем разные частные случаи.

1) $C > 0$. $e^{-2\sigma Ct} \to 0$.

$n_1 \to C/2$, $n_2 \to C/2$. Решения сходятся к стационару.

2) $C < 0$. $e^{-2\sigma Ct} \to +\infty$.

$n_1 \to \pm\infty$, $n_2 \to \mp\infty$. Решения уходят на бесконечность.

Образцы самостоятельных работ.

1. Простейшие уравнения.

Уравнения вида $\frac{dx}{dt}=kt^{\alpha}x^{\beta}$

1) $\frac{dx}{dt}=-tx$ $(\alpha=1,\ \beta=1,\ k=-1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что во второй и четвертой четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а в первой и третьей – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x.

Т.к. при заменах $t\to t$, $x\to -x$; $t\to -t$, $x\to x$ и $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $\frac{dx}{x}=-tdt$. Интегрируя, получаем: $\ln|x|=-t^2/2+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда: $e^{\ln|x|}=e^{-t^2/2+C}$, $|x|=e^Ce^{-t^2/2}$, $x=\pm e^Ce^{-t^2/2}$. Это семейство функций можно задать формулой $x=C_1e^{-t^2/2}$, где $C_1\neq 0$ – произвольная постоянная. Т.к. имеется еще решение $x=0$, то C_1 – произвольная постоянная. Итак, множество всех решений можно записать в виде: $x=C_1e^{-t^2/2}$, $t=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=C_1e^{-t^2/2}$. При $C_1=0$ это ось t. Т.к. $e^{-t^2/2}>0$, то кривые, соответствующие $C_1>0$, расположены в верхней полуплоскости для оси t, а кривые, соответствующие $C_1<0$, находятся в нижней полуплоскости для оси t. Т.к. $\lim_{t\to\infty}x(t)=0$, то кривая $x(t)=C_1e^{-t^2/2}$ имеет горизонтальную асимптоту при $t\to\infty$: ось t. При $t>0$ функции $x(t)=C_1e^{-t^2/2}$ убывают, если $C_1>0$, и возрастают, если $C_1<0$. При $t<0$ функции $x(t)=C_1e^{-t^2/2}$ возрастают, если $C_1>0$, и убывают, если $C_1<0$. При $t=0$ функции $x(t)=C_1e^{-t^2/2}$ имеют экстремум при $C_1\neq 0$.

Определение. *Сепаратриса* (от английского “separate” – “разделять”) – это решение, разделяющее области с различным типом поведения кривых, являющихся решениями.

Таким образом, решение при $C_1=0$ является сепаратрисой.

Кривые $x(t)=C_1e^{-t^2/2}$ при $C_1\neq 0$ называются гауссовыми кривыми в честь немецкого математика К. Гаусса. Поэтому полученную картину интегральных кривых назовем “гауссовы кривые”.

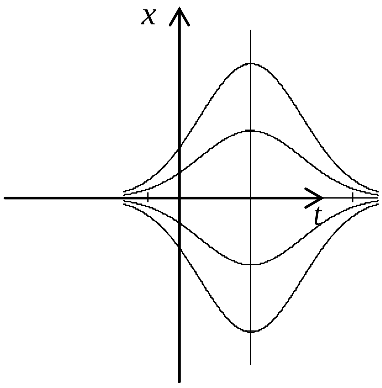


Рис. “Гауссовы кривые”.

2) $\dfrac{dx}{dt}=tx^3$ ($\alpha=1,\ \beta=3,\ k=1$).

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во второй и четвертой – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x.

Т.к. при заменах $t\to t,\ x\to -x$; $t\to -t,\ x\to x$ и $t\to -t,\ x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $\dfrac{dx}{x^3}=tdt$. Интегрируя, получаем: $-1\big/\left(2x^2\right)=t^2/2+C$, где C – произвольная постоянная. Множество всех решений можно записать в виде: $x=\pm1\big/\sqrt{-t^2-C}$, где C – произвольная постоянная, $x=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=\pm1\big/\sqrt{-t^2-C}$. Это будут кривые тогда и только тогда, когда $C<0$. Кривые $x(t)=1\big/\sqrt{-t^2-C}$ расположены над осью t и пересекают ось x при $x=1\big/\sqrt{-C}$, а кривые $x(t)=-1\big/\sqrt{-t^2-C}$ находятся под осью t и пересекают ось x при $x=-1\big/\sqrt{-C}$. Функции $x(t)=\pm1\big/\sqrt{-t^2-C}$ определены при $t\in\left(-\sqrt{-C},\sqrt{-C}\right)$. $\lim\limits_{t\to-\sqrt{-C}+0}\left(\pm1\big/\sqrt{-t^2-C}\right)=\lim\limits_{t\to\sqrt{-C}-0}\left(\pm1\big/\sqrt{-t^2-C}\right)=\pm\infty$, поэтому кривые $x(t)=\pm1\big/\sqrt{-t^2-C}$ имеют две вертикальных асимптоты при $t\to-\sqrt{C}+0$ и при $t\to\sqrt{C}-0$: $t=-\sqrt{C}$ и $t=\sqrt{C}$.

Полученную картину интегральных кривых назовем “паук”.

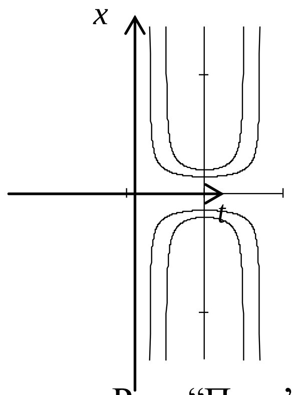


Рис. “Паук”.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.

Для некоторых значений $\alpha \in \mathbb{N}$ для уравнений

$$x' = (-1)^{\alpha} t^{a+1} x^{b+1},\ x' = (-1)^{\alpha} \frac{1}{t^{n+1} x^{b+1}},\ x' = (-1)^{\alpha} \frac{x^{b+1}}{t^{n+1}},\ x' = (-1)^{\alpha} \frac{t^{n+1}}{x^{b+1}},\ x' = (-1)^{\alpha} \frac{(t-a)^{n+1}}{(x-b)^{b+1}},$$

где n – остаток от деления α на четыре, b – остаток от деления α на пять:

Задача. Построить интегральные кривые . Для этого: 1)определить по правой части уравнения знаки производной в каждой из четвертей плоскости tx, вычислить значения производной на осях, найти симметрии картины интегральных кривых; 2) решить уравнение; 3) уточнить поведение интегральных кривых на основе решения: найти сепаратрисы; отметить, каким множествам произвольных постоянных в решении соответствуют множества различных типов решений (множества решений, разделенных сепаратрисами); определить, с каким наклоном решения приходят в начало координат; найти асимптоты; выяснить, стремятся ли решения асимптотически к сепаратрисе.

1). $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{t^2}{x^2}$ ($\alpha = 2$, $\beta = -2$, $k = 1$).

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что во всех четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x = 0$, и следовательно, $x'(t) = \infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t = 0$. На оси x $t = 0$, и следовательно, $x'(t) = 0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x = 0$.

Т.к. при замене $t \to -t$, $x \to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $x^2 dx = t^2 dt$. Интегрируя, получаем: $x^3/3 = t^3/3 + C$, где C – произвольная постоянная. Откуда имеем множество всех решений: $x = \sqrt[3]{t^3 + 3C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t) = \sqrt[3]{t^3 + 3C}$. При $C = 0$ это прямая $x(t) = t$. Кривые с $C > 0$ проходят над этой кривой, а с $C < 0$ – под ней. Кривые с $C < 0$, приходя из $-\infty$, сначала пересекают ось x, а потом ось t, а с $C > 0$ наоборот. Поэтому у кривых с $C < 0$ производная обращается в ноль до того, как обратится в бесконечность, а с $C>0$ – после. Таким образом, решение при $C=0$ является сепаратрисой. На рис. 2.15 оно изображено пунктирной линией. Можно доказать, например, как это делалось раньше с использованием разложения в ряд Тейлора, что $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(\sqrt[3]{t^3+3C}-t\right)=0$, т.е. что решения с $C\neq 0$ асимптотически стремятся к решению с $C=0$ при $t\to\infty$, т.е. имеют асимптоту при $t\to\infty$ – прямую $x=t$.

Полученную картину интегральных кривых назовем “луковица” или “дупло”.

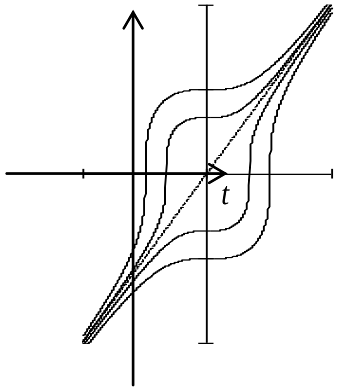


Рис. “Луковица” или “дупло”.

2) $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{x}{t}$ $(\alpha=-1,\ \beta=1,\ k=1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во второй и четвертой – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$. Имеем стационарное решение: $t=0$.

Т.к. при заменах $t\to t$, $x\to -x$; $t\to -t$, $x\to x$ и $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $\dfrac{dx}{x}=\dfrac{dt}{t}$. Интегрируя, получаем: $\ln|x|=\ln|t|+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда: $e^{\ln|x|}=e^{-t^2/2+C}$, $|x|=e^C|t|$, $|x|=\left|e^C t\right|$ $x=\pm e^C t$. Это семейство функций можно задать формулой $x=C_1 t$, где $C_1\neq 0$ – произвольная постоянная. Т.к. имеется еще решение $x=0$, то C_1 – произвольная постоянная. Итак, множество всех решений можно записать в виде: $x=C_1 t$, $t=0$. Таким образом, множество интегральных кривых – это пучок прямых, проходящих через начало координат.

Полученную картину интегральных кривых назовем “узел” или “прямые” (рис. 2.5).

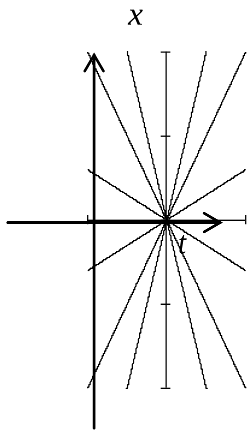


Рис. “Узел” или “прямые”.

3) $\frac{dx}{dt}=\frac{x}{t^2}$ $(\alpha=-2,\ \beta=1,\ k=1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и второй четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во третьей и четвертой – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$. Получаем, что $t=0$ является решением.

Т.к. при замене $t\to t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно оси t.

Разделяя переменные, имеем, что $\frac{dx}{x}=\frac{dt}{t^2}$. Интегрируя, получаем: $\ln|x|=-1/t+C$, где C – произвольная постоянная. Множество всех решений можно записать в виде: $x=C_1e^{-1/t}$, $t=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=C_1e^{-1/t}$. При $C_1=0$ это ось t. Т.к. $e^{-1/t}>0$, то кривые, соответствующие $C_1>0$, расположены в верхней полуплоскости для оси t, а кривые, соответствующие $C_1<0$, находятся в нижней полуплоскости для оси t. $\lim\limits_{t\to+0}x(t)=0$. $\lim\limits_{t\to-0}x(t)=+\infty$, если $C_1>0$, и $\lim\limits_{t\to-0}x(t)=-\infty$, если $C_1<0$. Поэтому точка $t=0$ является точкой разрыва для кривой $x(t)=C_1e^{-1/t}$, где $C_1\neq 0$, часть кривой, расположенная в левой полуплоскости для оси t имеет вертикальную асимптоту: ось x, при $t\to -0$, а часть кривой, находящаяся в правой полуплоскости для оси t, приходит в начало координат. $\frac{dx(t)}{dt}=\left(C_1e^{-1/t}\right)'=C_1\left(e^{-1/t}/t^2\right)=C_1\left(z^2/e^z\right)$, где $z=1/x$. Если $t\to+0$, то $z\to+\infty$, и $\lim\limits_{t\to+0}\frac{dx(t)}{dt}=0$, поскольку e^z стремится к бесконечности быстрее любого полинома от z при $z\to+\infty$. Следовательно, кривые, приходя в начало координат, касаются оси t. Т.к. $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=C_1$, то для $C_1\neq 0$ кривая $x(t)=C_1e^{-1/t}$ имеет горизонтальную асимптоту при $t\to\infty$: $x=C_1$. Решение при $C_1=0$ является сепаратрисой.

Полученную картину интегральных кривых назовем “седло-узел-гребенка-двухсторонняя” или “рюмка” .

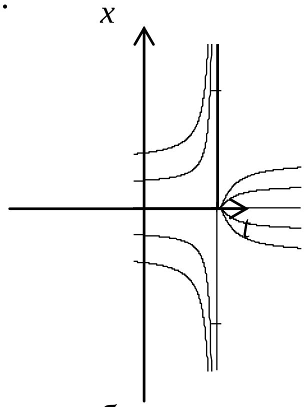


Рис. “Седло-узел-гребенка-двухсторонняя” или “рюмка”.

4) $\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{x}{t^3}$ $(\alpha=-3,\ \beta=1,\ k=-1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, отрицательны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают, а во второй и четвертой – положительны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$. Получаем, что $t=0$ является решением.

Т.к. при заменах $t\to t$, $x\to -x$; $t\to -t$, $x\to x$ и $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $\dfrac{dx}{x}=-\dfrac{dt}{t^3}$. Интегрируя, получаем: $\ln|x|=1/(2t^2)+C$, где C – произвольная постоянная. Множество всех решений можно записать в виде: $x=C_1e^{1/(2t^2)}$, где C_1 – произвольная постоянная, $t=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=C_1e^{1/(2t^2)}$. При $C_1=0$ это ось t. Т.к. $e^{-1/t}>0$, то кривые, соответствующие $C_1>0$, расположены в верхней полуплоскости для оси t, а кривые, соответствующие $C_1<0$, находятся в нижней полуплоскости для оси t. $\lim\limits_{t\to 0}x(t)=+\infty$, если $C_1>0$, и $\lim\limits_{t\to 0}x(t)=-\infty$, если $C_1<0$. Поэтому точка $t=0$ является точкой разрыва для кривой $x(t)=C_1e^{1/(2t^2)}$, где $C_1\neq 0$, и эта кривая имеет вертикальную асимптоту при $t\to 0$: ось x. Т.к. $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=C_1$, то кривая $x(t)=C_1e^{-1/t}$ имеет горизонтальную асимптоту при $t\to\infty$: $x=C_1$. Решение при $C_1=0$ является сепаратрисой.

Полученную картину интегральных кривых назовем “седло-гребенка” или “перекресток” .

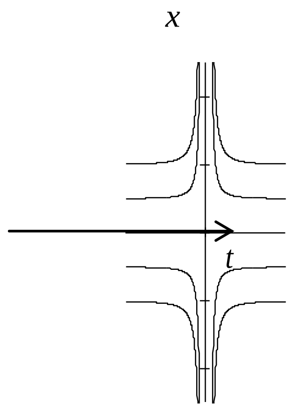


Рис. “Седло-гребенка” или “перекресток”.

5) $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{x^2}{t^3}$ ($\alpha=-3$, $\beta=2$, $k=1$).

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и четвертой четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во второй и третьей – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$. Получаем, что $t=0$ является решением.

Т.к. при замене $t\to -t$, $x\to x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно оси x.

Разделяя переменные, имеем, что $\dfrac{dx}{x^2}=\dfrac{dt}{t^3}$. Интегрируя, получаем: $-1/x=-1/(2t^2)+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда: $x=2t^2/(1-2Ct^2)$. Итак, множество всех решений можно записать в виде: $x=2t^2/(1-2Ct^2)$, $t=0$, $x=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=2t^2/(1-2Ct^2)$. При $C=0$ это парабола $x(t)=2t^2$. При любом C $x(t)=x'(t)=0$, поэтому кривые приходят в начало координат, касаясь оси t. Поскольку при $C\neq 0$ $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=-1/C$, то при $C\neq 0$ кривая $x(t)=2t^2/(1-2Ct^2)$ имеет горизонтальную асимптоту при $t\to\infty$: $x=-1/C$. Если $C<0$, то $1-2Ct^2\neq 0$ при любом t, поэтому функция $x(t)$ не имеет полюсов при $C<0$. Если $C>0$, то $x(t)=2t^2/(1-2Ct^2)=2t^2/\left((1+\sqrt{2C}t)(1-\sqrt{2C}t)\right)$. Следовательно, при $C>0$ $\lim\limits_{t\to\pm 1/\sqrt{2C}}x(t)=\infty$ и при переходе через точки $t=\pm 1/\sqrt{2C}$ функция $x(t)$ меняет знак: при $t>1/\sqrt{2C}$ и $t<-1/\sqrt{2C}$ она отрицательна, а при $t\in\left(-1/\sqrt{2C},0\right)\cup\left(0,1/\sqrt{2C}\right)$ – положительна. Поэтому при $C>0$ кривая $x(t)=2t^2/(1-2Ct^2)$ имеет вертикальную асимптоту при $t\to 1/\sqrt{2C}$: $t=1/\sqrt{2C}$, и при $t\to -1/\sqrt{2C}$: $t=-1/\sqrt{2C}$. Решение при $C=0$ является сепаратрисой. На рис. оно изображено пунктирной линией.

Полученную картину интегральных кривых назовем “седло-узел с сепаратрисами” .

x

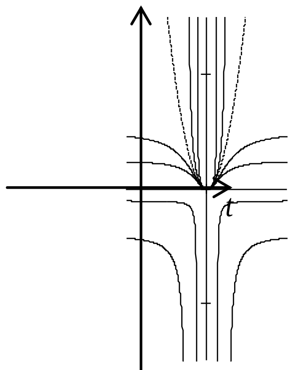


Рис. “Седло-узел с сепаратрисами”.

6) $\frac{dx}{dt}=\frac{x^2}{t^4}$ ($\alpha=-4$, $\beta=2$, $k=1$).

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что во всех четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. Имеем стационарное решение: $x(t)=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$. Получаем, что $t=0$ является решением.

Т.к. при замене $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $\frac{dx}{x^2}=\frac{dt}{t^4}$. Интегрируя, получаем: $-1/x=-1/(3t^3)+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда: $x=3t^3/(1-3Ct^3)$. Итак, множество всех решений можно записать в виде: $x=3t^3/(1-3Ct^3)$, $t=0$, $x=0$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=3t^3/(1-3Ct^3)$. При $C=0$ это кубическая парабола $x(t)=3t^3$. При любом C $x(t)=x'(t)=0$, поэтому кривые проходят через начало координат, касаясь оси t. Поскольку при $C\neq 0$ $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=-1/C$, то при $C\neq 0$ кривая $x(t)=3t^3/(1-3Ct^3)$ имеет горизонтальную асимптоту при $t\to\infty$: $x=-1/C$. Знаменатель дроби $3t^3/(1-3Ct^3)$ обращается в ноль при $t=1/\sqrt[3]{3C}$, поэтому $\lim\limits_{t\to 1/\sqrt[3]{3C}}x(t)=\infty$, и кривая $x(t)=3t^3/(1-3Ct^3)$ имеет вертикальную асимптоту при $t\to 1/\sqrt[3]{3C}$: $t=1/\sqrt[3]{3C}$. Функция $x(t)=3t^3/(1-3Ct^3)$ меняет знак при переходе через точки $t=1/\sqrt[3]{3C}$ и $t=0$. Решение при $C=0$ является сепаратрисой. На рис. оно изображено пунктирной линией.

Полученную картину интегральных кривых назовем “волна”.

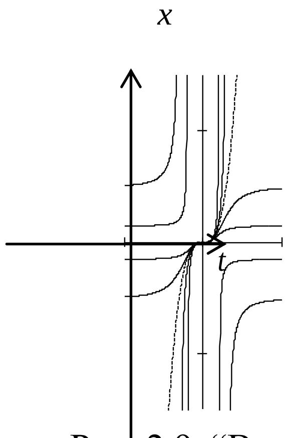


Рис. 2.9. “Волна”.

7) $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{t}{x}$ $(\alpha=1,\ \beta=-1,\ k=1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во второй и четвертой – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$.

Т.к. при заменах $t\to t$, $x\to -x$; $t\to -t$, $x\to x$ и $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $xdx=tdt$. Интегрируя, получаем: $x^2/2=t^2/2+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда получаем множество всех решений: $x=\pm\sqrt{t^2+2C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=\pm\sqrt{t^2+2C}$. При $C=0$ это прямые $x(t)=t$ и $x(t)=-t$. Кривые с $C>0$ пересекают ось x (при $x=\pm\sqrt{C}$), а кривые с $C<0$ пересекают ось t (при $t=\pm\sqrt{C}$). Поэтому у кривых с $C<0$ производная обращается в бесконечность, а с $C>0$ – в ноль. Таким образом, решения при $C=0$ является сепаратрисами. На рис. 2.10 они изображены пунктирными линиями. Воспользовавшись разложением в ряд Тейлора: $x(t)=\sqrt{t^2+2C}=$ $=|t|\left(1+2C/t^2\right)^{1/2}=|t|\left(1+(1/2)2C/t^2+\ldots\right)=|t|+C|t|^{-1}+\ldots$, получаем, что $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(\pm\sqrt{t^2+2C}-(\pm|t|)\right)=0$, т.е. что решения с $C\neq 0$ асимптотически стремятся к решениям с $C=0$ при $t\to\infty$.

Полученную картину интегральных кривых назовем “седло” .

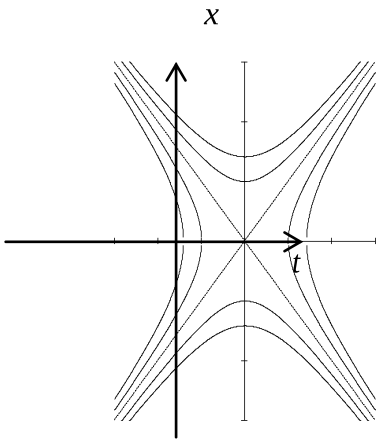


Рис. “Седло”.

8) $\frac{dx}{dt} = -\frac{t}{x}$ $(\alpha = 1,\ \beta = -1,\ k = -1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что во второй и четвертой четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а в первой и третьей – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x = 0$, и следовательно, $x'(t) = \infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t = 0$. На оси x $t = 0$, и следовательно, $x'(t) = 0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x = 0$.

Т.к. при заменах $t \to t$, $x \to -x$; $t \to -t$, $x \to x$ и $t \to -t$, $x \to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $xdx = -tdt$. Интегрируя, получаем: $x^2/2 = -t^2/2 + C$, где C – произвольная постоянная. Откуда получаем множество всех решений: $t^2 + x^2 = 2C$.

При $C < 0$ это пустое множество. При $C = 0$ имеем точку $(0,0)$. При $C > 0$ получаем решения: кривая $t^2 + x^2 = 2C$ – это окружность радиуса $\sqrt{2C}$ с центром в начале координат.

Полученную картину интегральных кривых назовем “окружности” или центр.

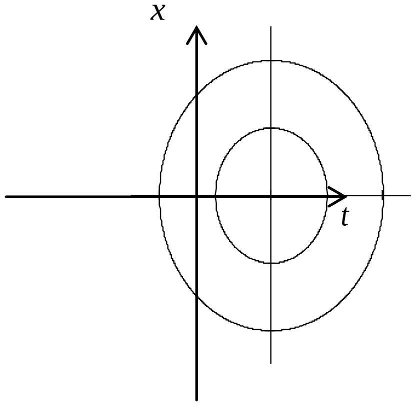


Рис. “Окружности”.

9) $\frac{dx}{dt} = \frac{t^2}{x}$ $(\alpha = 2,\ \beta = -1,\ k = 1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и второй четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а в третьей и четвертой – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$.

Т.к. при замене $t \to t$, $x \to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно оси t.

Разделяя переменные, имеем, что $xdx = t^2 dt$. Интегрируя, получаем: $x^2/2 = t^3/3 + C$, где C – произвольная постоянная. Откуда получаем множество всех решений: $x = \pm\sqrt{(2/3)t^3 + 2C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t) = \pm\sqrt{(2/3)t^3 + 2C}$. Функция $x(t) = \pm\sqrt{(2/3)t^3 + 2C}$ определена при $(2/3)t^3 + 2C \ge 0$, т.е. при $t \ge \sqrt[3]{3C}$, и обращается в ноль при $t = \sqrt[3]{3C}$. При $C=0$ $x(t) = \pm\sqrt{(2/3)}t^{3/2}$, поэтому $x(0)=0$, $\lim\limits_{t\to 0} x'(t) = 0$. Следовательно, при $C=0$ решение проходит через начало координат, при этом касаясь оси x. При $C>0$ решения обращаются в ноль при положительном t, а при $C<0$ – при отрицательном t ($t=\sqrt[3]{3C}$), поэтому решения с $C<0$ находятся слева от решения с $C=0$, а решения с $C>0$ – справа. Можно доказать, например, как это делалось раньше с использованием разложения в ряд Тейлора, что $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(\pm\sqrt{(2/3)t^3 + 2C} - \left(\pm\sqrt{(2/3)}t^{3/2}\right)\right) = 0$. Таким образом, решения с $C \ne 0$ асимптотически стремятся к решениям с $C=0$ при $t \to +\infty$. Решения при $C=0$ являются сепаратрисами. На рис. 2.12 они изображены пунктирными линиями.

Полученную картину интегральных кривых назовем “медуза” .

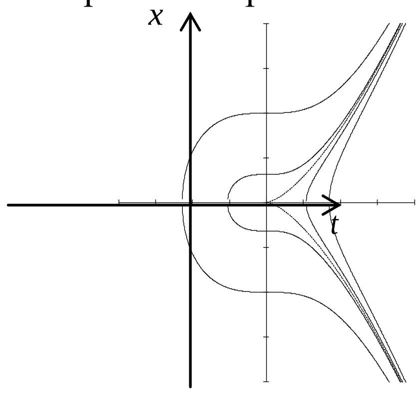


Рис. “Медуза”.

10) $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{t^3}{x}$ $(\alpha = 3,\ \beta = -1,\ k = 1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во второй и четвертой – отрицательны, и поэтому в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно,

$x'(t)=\infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$.

Т.к. при заменах $t\to t$, $x\to -x$; $t\to -t$, $x\to x$ и $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $xdx=t^3dt$. Интегрируя, получаем: $x^2/2=t^4/4+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда имеем множество всех решений: $x=\pm\sqrt{t^4/2+2C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=\pm\sqrt{t^4/2+2C}$. При $C=0$ это функции $x(t)=\pm t^2/\sqrt{2}$. Производная от этой функции в нуле равна нулю, поэтому она проходит через начало координат, касаясь оси t. Кривые с $C>0$ проходят над этой кривой, а с $C<0$ – под ней. У кривых с $C<0$ производная обращается в бесконечность, когда они пересекают ось t (при $t=\pm\sqrt{2}\sqrt[4]{-C}$), а у кривых с $C>0$ производная обращается в ноль, когда они пересекают ось x (при $x=\pm\sqrt{2C}$). Поэтому решения при $C=0$ являются сепаратрисами. На рис. 2.13 они изображены пунктирной линией. Можно доказать, например, как это делалось раньше с использованием разложения в ряд Тейлора, что $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(\pm\sqrt{t^4/2+2C}-\left(\pm t^2/\sqrt{2}\right)\right)=0$, т.е. что решения с $C\neq 0$ асимптотически стремятся к решениям с $C=0$ при $t\to\infty$.

Полученную картину интегральных кривых назовем “параболическое седло” или “песочные часы” .

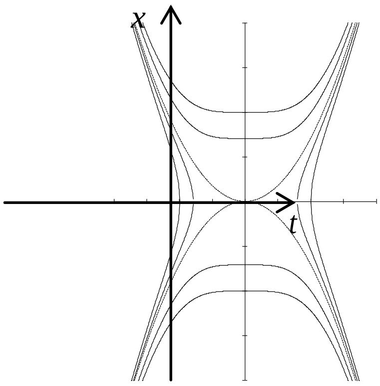


Рис. “Параболическое седло” или “песочные часы”.

11) $\dfrac{dx}{dt}=-\dfrac{t^3}{x}$ $(\alpha=3,\ \beta=-1,\ k=-1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и третьей четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, отрицательны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают, а во второй и четвертой – положительны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$.

Т.к. при заменах $t\to t$, $x\to -x$; $t\to -t$, $x\to x$ и $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно осей и начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $xdx = -t^3dt$. Интегрируя, получаем: множество всех решений: $x^2/2 + t^4/4 = C$, где C – произвольная постоянная.

При $C < 0$ это пустое множество. При $C = 0$ имеем точку $(0,0)$. При $C > 0$ получаем решения: кривая $x^2/2 + t^4/4 = C$ пересекает ось t в точках $t = \pm\sqrt{2}\sqrt[4]{C}$, а ось x в точках $x = \pm\sqrt{2C}$.

Полученную картину интегральных кривых назовем "овалы" .

Рис. "Овалы".

12) $\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{t^2}{x^2}$ $(\alpha = 2,\ \beta = -2,\ k = 1)$.

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что во всех четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x = 0$, и следовательно, $x'(t) = \infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t = 0$. На оси x $t = 0$, и следовательно, $x'(t) = 0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x = 0$.

Т.к. при замене $t \to -t$, $x \to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $x^2dx = t^2dt$. Интегрируя, получаем: $x^3/3 = t^3/3 + C$, где C – произвольная постоянная. Откуда имеем множество всех решений: $x = \sqrt[3]{t^3 + 3C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t) = \sqrt[3]{t^3 + 3C}$. При $C = 0$ это прямая $x(t) = t$. Кривые с $C > 0$ проходят над этой кривой, а с $C < 0$ – под ней. Кривые с $C < 0$, приходя из $-\infty$, сначала пересекают ось x, а потом ось t, а с $C > 0$ наоборот. Поэтому у кривых с $C < 0$ производная обращается в ноль до того, как обратится в бесконечность, а с $C > 0$ – после. Таким образом, решение при $C = 0$ является сепаратрисой. На рис. 2.15 оно изображено пунктирной линией. Можно доказать, например, как это делалось раньше с использованием разложения в ряд Тейлора, что $\lim\limits_{t \to +\infty}\left(\sqrt[3]{t^3 + 3C} - t\right) = 0$, т.е. что решения с $C \neq 0$ асимптотически стремятся к решению с $C = 0$ при $t \to \infty$, т.е. имеют асимптоту при $t \to \infty$ – прямую $x = t$.

Полученную картину интегральных кривых назовем "луковица" или "дупло" .

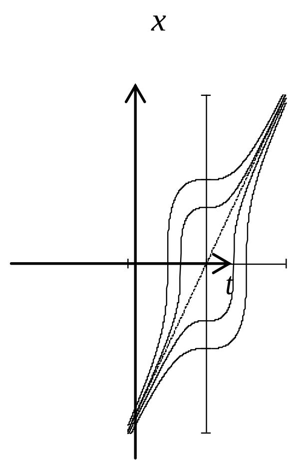


Рис. “Луковица” или “дупло”.

13) $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{t^3}{x^2}$ ($\alpha=3$, $\beta=-2$, $k=1$).

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что в первой и четвертой четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают, а во второй и третьей – отрицательны, и поэтому в этих четвертях функции $x(t)$, являющиеся решениями, убывают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$.

Т.к. при замене $t\to -t$, $x\to x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно оси x.

Разделяя переменные, имеем, что $x^2dx=t^4dt$. Интегрируя, получаем: $x^3/3=t^4/4+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда имеем множество всех решений: $x=\sqrt[3]{(3/4)t^4+3C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=\sqrt[3]{(3/4)t^4+3C}$. При $C=0$ это функция $x(t)=\sqrt[3]{3/4}t^{4/3}$. Производная от этой функции в нуле равна нулю, поэтому она приходит через начало координат, касаясь оси t. Кривые с $C>0$ проходят над этой кривой, а с $C<0$ – под ней. У кривых с $C<0$ и только у них производная обращается в бесконечность: когда они пересекают ось t, т.е. при $t=\pm\sqrt[4]{4C}$, поэтому решение при $C=0$: $x(t)=\sqrt[3]{3/4}|t|^{4/3}$, является сепаратрисой. На рис. 2.16 оно изображено пунктирной линией. Можно доказать, например, как это делалось раньше с использованием разложения в ряд Тейлора, что $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\sqrt[3]{(3/4)t^4+3C}-\sqrt[3]{(3/4)}t^{4/3}\right)=0$, т.е. что решения с $C\neq 0$ асимптотически стремятся к решениям с $C=0$ при $t\to\infty$.

Полученную картину интегральных кривых назовем “шляпа”.

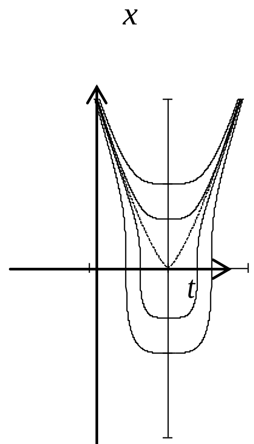


Рис. “Шляпа”.

14) $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{t^4}{x^2}$ ($\alpha=4$, $\beta=-2$, $k=1$).

По функции, стоящей в правой части уравнения, определяем, что во всех четвертях плоскости tx производные $x'(t)$ от функций, являющихся решениями, положительны, и следовательно, в них функции $x(t)$, являющиеся решениями, возрастают. На оси t $x=0$, и следовательно, $x'(t)=\infty$ на оси t за исключением, возможно, точки $t=0$. На оси x $t=0$, и следовательно, $x'(t)=0$ на оси x за исключением, быть может, точки $x=0$.

Т.к. при замене $t\to -t$, $x\to -x$ рассматриваемое уравнение не меняется, то картина интегральных кривых симметрична относительно начала координат.

Разделяя переменные, имеем, что $x^2dx=t^4dt$. Интегрируя, получаем: $x^3/3=t^5/5+C$, где C – произвольная постоянная. Откуда имеем множество всех решений: $x=\sqrt[3]{(3/5)t^5+3C}$.

Рассмотрим семейство кривых $x(t)=\sqrt[3]{(3/5)t^5+3C}$. При $C=0$ это функция $x(t)=\sqrt[3]{3/5}t^{5/3}$. Производная от этой функции в нуле равна нулю, поэтому она проходит через начало координат, касаясь оси t. Кривые с $C>0$ проходят над этой кривой, а с $C<0$ – под ней. Кривые с $C<0$, приходя из $-\infty$, сначала пересекают ось x, а потом ось t, а с $C>0$ наоборот. Поэтому у кривых с $C<0$ производная обращается в ноль до того, как обратится в бесконечность, а с $C>0$ – после. Поэтому решение при $C=0$ является сепаратрисой. На рис. 2.17 оно изображено пунктирной линией. Можно доказать, например, как это делалось раньше с использованием разложения в ряд Тейлора, что $\lim\limits_{t\to\infty}\left(\sqrt[3]{(3/5)t^5+3C}-\sqrt[3]{(3/5)t^{5/3}}\right)=0$, т.е. что решения с $C\neq 0$ асимптотически стремятся к решениям с $C=0$ при $t\to\infty$.

Полученную картину интегральных кривых назовем “водопад”.

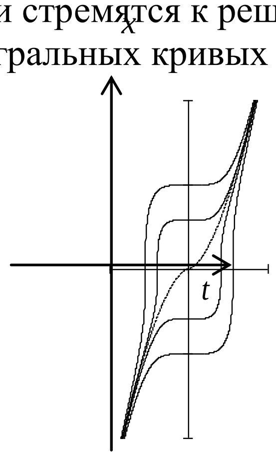
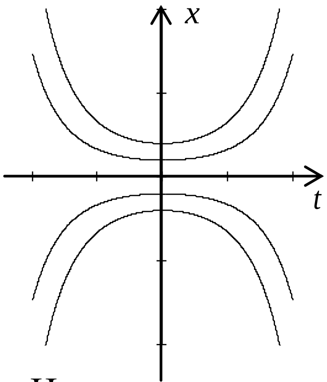


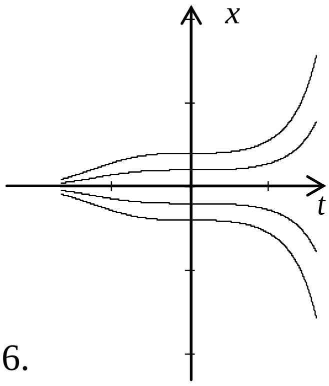
Рис. “Водопад”.

Для остальных характерных уравнений того же вида приведем картины интегральных кривых. На рисунках пунктирной линией изображены сепаратрисы.



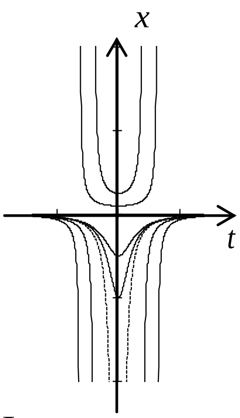
15.

Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt} = tx$ $(\alpha = 1,\ \beta = 1,\ k = 1)$.



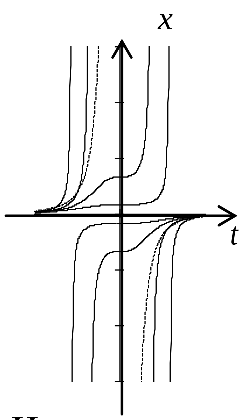
16.

Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt} = t^2 x$ $(\alpha = 2,\ \beta = 1,\ k = 1)$.

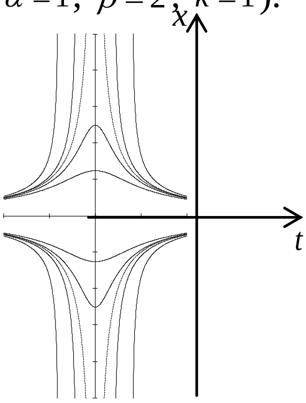


17.

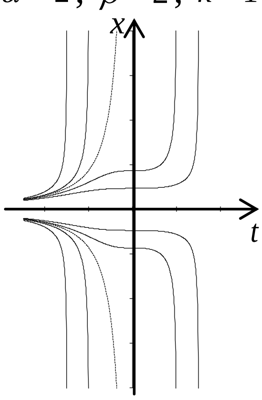
Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt} = tx^2$ $(\alpha = 1,\ \beta = 2,\ k = 1)$.



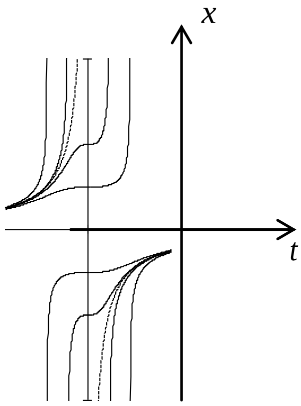
18. Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt} = t^2 x^2$ $(\alpha = 2,\ \beta = 2,\ k = 1)$.



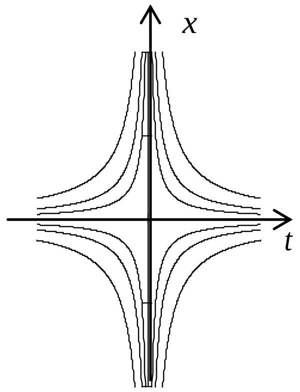
19.Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt} = -tx^3$ $(\alpha = 1,\ \beta = 3,\ k = -1)$.



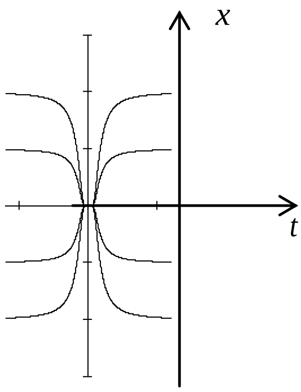
20. Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt} = t^2 x^3$ $(\alpha = 2,\ \beta = 3,\ k = 1)$.



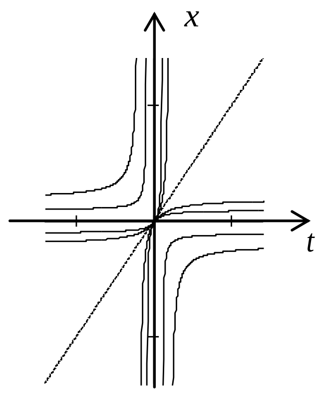
21.Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt}=t^2x^4$ $(\alpha=2,\ \beta=4,\ k=1)$.



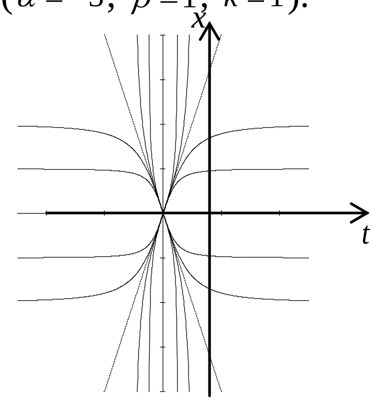
22. Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt}=-\frac{x}{t}$ $(\alpha=-1,\ \beta=1,\ k=-1)$.



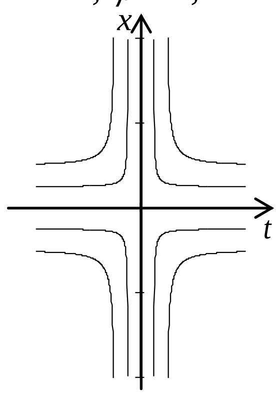
23.Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt}=\frac{x}{t^3}$ $(\alpha=-3,\ \beta=1,\ k=1)$.



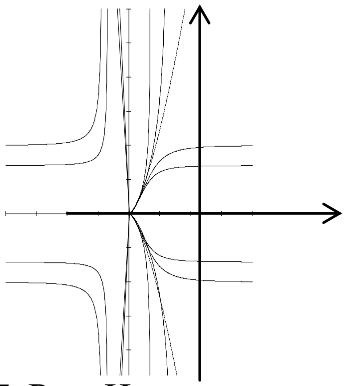
24. Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt}=\frac{x^2}{t^2}$ $(\alpha=-2,\ \beta=2,\ k=1)$.



25.Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt}=\frac{x^3}{t^3}$ $(\alpha=-3,\ \beta=3,\ k=1)$.



26. Рис. Интегральные кривые уравнения $\frac{dx}{dt}=-\frac{x^3}{t^3}$ $(\alpha=-3,\ \beta=3,\ k=-1)$.



27. Рис. Интегральные кривые

уравнения $\frac{dx}{dt} = \frac{x^3}{t^4}$

$(\alpha = -4,\ \beta = 3,\ k = 1)$.

2. Линейные и нелинейные уравнения. Законы сохранения.

1. Решение дифференциального уравнения $x^{(к)} = at + b$
2. Найти общее решение уравнения $x^{//} + w^2 x = \sin wt$.
3. Уравнение колебаний $x^{//} + w^2 x = \sin w_0 t$. Случай нерезонанса.
4. Решить уравнение $x^{//} + 2w\, x^{/} + w^2 x = e^{2t}$
5. Решить уравнение $x^{//} + 2w\, x^{/} = e^{2t}$
6. Момент количества движения и 2-й закон Кеплера.
7. Тяготение и вывод 1-го закона Кеплера.
8. Решить уравнение $x^{//} + 2w\, x^{/} = e^{2t}$ при условии $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$.
9. Найти общее решение уравнения $x^{//} + w^2 x = \sin wt$ и частное при условии $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$
10. Решение дифференциального уравнения $x^{(к)} = ax + b$.

. 11. Нарисовать фазовый портрет одномерного уравнения

$$x^{/} = [x^a(x-2)^b]$$

12. Уравнение колебаний $x^{//} + w^2 x = \sin w_0 t$.
13. Написать систему уравнений движения снаряда в поле тяготения (постоянная сила) и решить, получив параболу.
14. Найти решение рекурсии $x_{n+2} + 2k\, x_{n+1} + k^2 x_n = 2^n$ при $x_0 = 0$, $x_1 = 1$
15. По большой и малой полуосям эллипса орбиты найти параметр, эксцентриситет, а также момент количества движения, энергию и период обращения планета вокруг Солнца.
16. Нарисовать фазовый портрет уравнения в одномерном потенциале

$$x^{//} = -\,d/dx\,[x^a(x-2)^b]$$

Организация самостоятельной работы обучающихся.

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Форма отчетности
1. Теоремы существования и единственности	Принцип сжатых отображений; Метрические пространства	18	Работа с учебной литературой. Решение задач и примеров	Основная и дополнительная литература	Собеседование
2. Дифференциальные уравнения в естествознании.	Вариационные принципы. Уравнения Эйлера-Лагранжа.	18	Работа с учебной литературой. Решение задач и примеров	Основная и дополнительная литература	Собеседование

Разделы и темы рабочей программы для самостоятельного изучения	Перечень домашних заданий и других вопросов для самостоятельного изучения	Количество часов
Теоремы существования.	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Доказать принцип сжатых отображений.	2
Непрерывная зависимость от параметров	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Доказать непрерывную зависимость от начальных данных и гладкость.	2
Варьирование функционалов действия.	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Вывести уравнение Эйлера-Лагранжа.	3
Уравнения марковских процессов и энтропия	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Доказать возрастание энтропии и получить стационарные распределения	2
Линейные уравнения	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Изучить основные свойства линейных уравнений.	2
Нелинейные уравнения - гамильтоново одномерное движение	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Научиться рисовать фазовый портрет и проводить интегрирование.	3
Уравнение неразрывности в гамильтоновом случае.	Выполнение домашних заданий в соответствии с тематикой практических занятий. Получить стационарное решение – распределение Максвелла Больцмана.	4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Этапы формирования компетенций (разделы (темы) дисциплины)	**Компетенции по дисциплине**	**Наименование оценочного средства**
Тема 1. Основные понятия обыкновенных дифференциальных уравнений	ОК-3	логическая схема, коллективный тренинг
Тема 2. Уравнения с разделяющимися переменными и другие примеры уравнений, интегрирующихся в квадратурах	ОК-3	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 3. Теоремы существования и единственности	ОПК-1	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 4. Линейные уравнения. Метод Эйлера	ОПК -2	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 5. Линейные уравнения любого порядка и системы линейных уравнений	ОПК-3	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 6. Системы нелинейных уравнений	ПК-1	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 7. Системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных первого порядка	ПК-2	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 8. Уравнения с дискретным временем	ПК-3	коллективный тренинг, тест-тренинг
Тема 9. Уравнения в частных производных. Уравнение теплопроводности и уравнение струны. Уравнение Лапласа	ПК-4	коллективный тренинг, тест-тренинг
Промежуточная аттестация		Зачет

ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Критериями и показателями оценивания компетенций на различных этапах их формирования являются:

- знание терминов, понятий, категорий, концепций и теорий по дисциплине;
- понимание связей между теорией и практикой;
- сформированность аналитических способностей в процессе изучения дисциплины;
- знание специальной литературы по дисциплине.

Критерии оценивания выполнения заданий по выявлению уровня сформированности компетенций для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
1	2	3	4	5
1	*Тест-тренинг*	Вид тренингового учебного занятия, задачей которого является закрепление учебного материала, а также проверка знаний обучающегося как по модулю дисциплины в целом, так и по отдельным темам модуля.	Система стандартизированных заданий	- от 0 до 69,9 % выполненных заданий – не зачтено; - 70 до 100 % выполненных заданий – зачтено.
2	*Эссе*	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме.	Тематика эссе	Оценивание осуществляется по трем уровням: 1. Роботизированное оценивание (входной автоматизированный контроль). 2. Экспертное оценивание обучающимися (взаимооценка). 3. Оценивание преподавателем. *Первый уровень «Роботизированное оценивание (входной автоматизированный контроль)».* *Критерии автоматизированного контроля эссе:* *критерии входного контроля:* - нормоконтроль; - проверка работы на соответствие фамилии, имени отчества, указанных в шаблоне работы данным обучаемого, который загружает работу. - проверка работы на деликты (проверка работы на наличие в ней фрагментов текстов с бессмысленным набором слов, заменой букв, использование суффиксов для словообразования и т.п.); *Оценочные критерии (критерии качества):* - соответствие нормам современного языка; - оригинальность (проверка работы на заимствование (плагиат)); - профессионализм (на основе сравнения эталонной семантической сети и семантической сети эссе); - общий культурный уровень;

				- актуальность. *Второй уровень «Экспертное оценивание обучающимися (взаимооценка)».* *Критерии экспертной оценки эссе:* 1) наличие деликтов (проверка работы на наличие в ней фрагментов текстов с бессмысленным набором слов, заменой букв, использование суффиксов для словообразования и т.п.); 2) соответствие содержания письменной работы её теме, полнота раскрытия темы (оценка того, насколько содержание письменной работы соответствует заявленной теме и в какой мере тема раскрыта автором); 3) актуальность использованных источников (оценка того, насколько современны (по годам выпуска) источники, использованные при выполнении работы); 4) использование профессиональной терминологии (оценка того, в какой мере в работе отражены профессиональные термины и понятия, свойственные теме работы); 5) стилистика письменной речи (оценка структурно-смысловой организации текста, внутренней целостности, соразмерности членения на части, соподчиненности компонентов работы друг другу и целому); 6) грамотность текста (оценка того, насколько владеет автор навыками письма в соответствии с грамматическими нормами языка. Проверка текста на наличие грамматических ошибок, употребление штампов, то есть избитых выражений; употребление слов-паразитов; ошибочное словообразование; ошибки в образовании словоформ; ошибки в пунктуации и т.п.); 7) наличие собственного отношения автора к рассматриваемой проблеме/теме (насколько точно и аргументировано выражено отношение автора к теме письменной работы): По каждому критерию обучающийся оценивает работу и проставляет балл от 0 до 10, затем на основе данных баллов выставляется предваритель-

				ная оценка эссе по формальным признакам: - от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено; - 50% до 100% выполненного задания - зачтено *Третий уровень «Оценивание преподавателем» (выставление итоговой оценки)* Преподаватель, оценивая эссе, может использовать результаты предыдущих двух этапов. При выставлении «зачтено» опирается на следующие критерии: ***Критерии оценки эссе преподавателем:*** - качество исходного материала, который использован (аналитический анализ прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме); - качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы); - аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в авторском тексте проблемами).
3	*Коллективный тренинг (КТ) Различают несколько видов коллективных тренингов: дискуссия, деловая игра, «круглый стол»*	Коллективное занятие по заранее разработанному сценарию с использованием активных методов обучения. Деловая и/или ролевая игра - совместная деятельность группы обучающихся и преподавателя под управлением преподавателя с целью решения учебных и профессионально-ориентированных задач путем игрового моделирования реальной проблемной ситуации. Позволяет оценивать умение анализировать и решать типичные профессиональные задачи. «Круглый стол», дискуссия – интерактивные учебные занятия, позволяющие включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса,	Тема (проблема) игрового взаимодействия, функционал ролей, ожидаемый (планируемый) результат по итогам игрового взаимодействия Тема (проблема), концепция, роли и ожидаемый результат по каждой игре	«*Неудовлетворительно*» - репродуктивный уровень (обучающийся в процессе обсуждения проблемного вопроса участвует не активно, только краткими репликами, не демонстрирует владение теоретической основой обсуждаемой темы, не аргументирует свою точку зрения; не выполняет функционал своей роли в деловой игре); «*Удовлетворительно*» - репродуктивный уровень с элементами продуктивных предложений (обучающийся демонстрирует владение различными подходами к теоретическому основанию обсуждаемой проблематики, предлагает свои варианты действия; выполняет основные функции своей роли в деловой игре); «*Хорошо*» - поисково-исследовательский уровень (обучающийся корректно и адекватно применяет полученную междисциплинарную информацию в нестандарт-

		проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения. Занятие может проводиться по традиционной (контактной) технологии, либо с использованием телекоммуникационных технологий.	Перечень дискуссионных тем, тем презентаций для проведения круглого стола, дискуссии	ных ситуациях, приводит примеры, иллюстрирующие теоретические позиции обсуждаемого вопроса, проявляет целесообразную инициативу в процессе выполнения функций своей роли в деловой игре); «*Отлично*» - креативный уровень (обучающийся моделирует новое аргументированное видение заданной проблемы).
4	*Логическая схема (ЛС)*	Схематическое представление некоторого объема знаний по учебной дисциплине (модулю), выраженных в специальных, присущих только этой дисциплине (модулю) терминах и категориях, по принципу иерархии и взаимосвязей между различными структурными звеньями.	Задания по систематизации, схематизации научного аппарата дисциплины	- от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено; - 50% до 100% выполненного задания - зачтено.
5	*Глоссарный тренинг (ГТ)*	Учебное занятие с применением технических средств с целью усвоения понятий и терминов (глоссария).	Комплект заданий для работы по усвоению научного аппарата дисциплины	- от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено; - 50% до 100% выполненного задания - зачтено.
6	*Экзамен, дифференцированный зачет*	Контрольное мероприятие, которое проводится по дисциплинам в виде, предусмотренном учебным планом, по окончании их изучения. Занятие аудиторное, проводится в форме письменной работы или в электронном виде с использованием информационных тестовых систем.	Экзаменационные билеты/ Билеты для дифференцированного зачета	Шкала и критерии оценки уровня сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине в форме бальной отметки приведены ниже. При использовании информационных тестовых систем руководствуются следующими критериями: - от 0 до 49,9 % выполненных заданий – неудовлетворительно; - от 50% до 69,9% - удовлетворительно; - от 70% до 89,9% - хорошо; - от 90% до 100%- отлично
7	*Зачет*	Форма проверки знаний и навыков студентов, полученных на семинарских и практических занятиях, а также их обязательных самостоятельных работ. Занятие аудиторное, может проводиться как в форме со-	Вопросы для подготовки к зачету Система тестовых заданий	Шкала и критерии оценки уровня сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине в системе «зачтено-незачтено» приведены ниже. При использовании информационных тестовых систем или тестовых

		беседования, так и в виде тестирования с использованием информационных тестовых систем или тестовых заданий.		заданий руководствуются следующими критериями: - от 0 до 65,9% выполненного задания - не зачтено; - 66% до 100% выполненного задания - зачтено.

Показателем оценивания компетенций в рамках образовательной программы считается уровень их освоения обучающимися.

Характеристика уровней освоения компетенций

Уровни	Содержание	Проявления
Минимальный	Обучающийся обладает необходимой системой знаний и владеет некоторыми умениями	Обучающийся способен понимать и интерпретировать освоенную информацию, что является основой успешного формирования умений и навыков для решения практико-ориентированных задач
Базовый	Обучающийся демонстрирует результаты на уровне осознанного владения учебным материалом и учебными умениями, навыками и способами деятельности	Обучающийся способен анализировать, проводить сравнение и обоснование выбора методов решения заданий в практико-ориентированных ситуациях
Продвинутый	Достигнутый уровень является основой для формирования общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, соответствующих требованиям ФГОС ВО.	Обучающийся способен использовать сведения из различных источников для успешного исследования и поиска решения в нестандартных практико-ориентированных ситуациях

Уровень сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки по ряду критериев:

"Отлично" заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умение свободно выполнять практические задания, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "отлично" выставляется обучающимся, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.

"Хорошо" заслуживает обучающийся, обнаруживший полное знание учебного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется обучающимся, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

"Удовлетворительно" заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по направлению подготовки, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка "удовлетворительно" выставляется обучающимся, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

"Неудовлетворительно" выставляется обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании ВУЗа без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Шкала оценки письменных ответов по дисциплине

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Отлично	Материал раскрыт полностью, изложен логично, без существенных ошибок, выводы доказательны и опираются на теоретические знания
2	Хорошо	Основные положения раскрыты, но в изложении имеются незначительные ошибки выводы доказательны, но содержат отдельные неточности
3	Удовлетворительно	Изложение материала не систематизированное, выводы недостаточно доказательны, аргументация слабая.
4	Неудовлетворительно	Не раскрыто основное содержание материала, обнаружено не знание основных положений темы. Не сформированы компетенции, умения и навыки. Ответ на вопрос отсутствует

Шкала оценки в системе «зачтено – не зачтено»

№ п/п	Оценка за ответ	Характеристика ответа
1	Зачтено	Достаточный объем знаний в рамках изучения дисциплины В ответе используется научная терминология. Стилистическое и логическое изложение ответа на вопрос правильное Умеет делать выводы без существенных ошибок Владеет инструментарием изучаемой дисциплины, умеет его использовать в решении стандартных (типовых) задач. Ориентируется в основных теориях, концепциях и направле-

		ниях по изучаемой дисциплине. Активен на практических (лабораторных) занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.
2	Не зачтено	Недостаточно полный объем знаний в рамках изучения дисциплины (обучающийся не справился с 50% вопросов и заданий преподавателя, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки) В ответе не используется научная терминология. Изложение ответа на вопрос с существенными стилистическими и логическими ошибками. Не умеет делать выводы по результатам изучения дисциплины Слабое владение инструментарием изучаемой дисциплины, не компетентность в решении стандартных (типовых) задач. Не умеет ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине. Пассивность на практических (лабораторных) занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий. Не сформированы компетенции, умения и навыки. Отказ от ответа или отсутствие ответа.

Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на практических занятиях.

В целом шкала оценивания в зависимости от уровня освоения компетенций выглядит следующим образом:

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

Качество освоения программы дисциплины	Уровень достижений	Отметка в 5-балльной шкале	Зачтено/ не зачтено
90-100%	продвинутый	«5» (отлично)	зачтено
66 -89%	базовый	«4» (хорошо)	зачтено
50 -65 %	минимальный	«3» (удовлетворительно)	зачтено
меньше 50%	ниже минимального	«2» (неудовлетворительно)	не зачтено

ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Примерные вопросы для подготовки к зачету по дисциплине
(устная форма проведения)

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Линейные уравнения второго порядка.
3. Фазовый портрет и бифуркации
4. Линейные уравнения с кратными корнями характеристического уравнения.
1. Системы линейных уравнений и резонанс.
2. Резонанс и вынужденные колебания.
3. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
4. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
5. Уравнение Эйлера-Лагранжа и вариационные принципы.
10. Движение в одномерном потенциале.
11. Математический и физический маятник.
12. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
13. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
14. Устойчивые и неустойчивые особые точки в нелинейных уравнениях.
15. Уравнения с частными производными первого порядка.
16. Метод Фурье для уравнения теплопроводности.
17. Метод Фурье для уравнения струны и мембраны.
18. Уравнение Лапласа.

Система стандартизированных заданий для проведения коллективного тренинга, тест-тренинга

Тесты по теме «Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши».

1. Какое из следующих уравнений является обыкновенным дифференциальным?
   А) $x=x^2$
   Б) $dy/dx = 2y$
   В) $dy/dx = \int 2y$
   Г) $ax+2y = 0$.
2. Какая из следующих систем есть задача Коши?
   А) $dy/dx = 2y$, $y(3)=0$
   Б) $dy/dx = 2y$, $dy/dx = 0$
   В) $dy/dx = 2y$, $x=0$
   Г) $dy/dx = 2y$, $y=0$.
3. Какая из следующих задач Коши имеет решение $y(x)$ при всех неотрицательных x?
   А) $dy/dx = 2y$, $y(0)=2$.
   Б) $dy/dx = y^2$, $y(0)=2$.
   В) $dy/dx = y^3$, $y(0)=2$.
   Г) $dy/dx = y^4$, $y(0)=2$.
4. Какая из следующих задач Коши имеет единственное решение?
   А) $dy/dx = y^{3/4}$, $y(0)=0$

Б) $dy/dx = y^{1/2}$, $y(0)=0$
В) $dy/dx = y^{5/6}$, $y(0)=0$
Г) $dy/dx = y^{3/2}$, $y(0)=0$

Тесты по теме «Поле направлений, изоклины. Простейшие дифференциальные уравнения и методы их решения».

1. Линии равных направлений называются
   А) изохорами
   Б) изобарами
   В) изоклинами
   Г) изотермами.
2. Интегральная кривая в каждой своей точке
   А) ортогональна полю направлений
   Б) касается поля направлений
   В) пересекает под любым углом
   Г) пересекает поле направлений.
3. Методом разделения переменных решается уравнение
   А) $dy/dx = \cos(2yx)$
   Б) $dy/dx = x\cos(2y$
   В) $dy/dx = x\cos(2yx)$
   Г) $dy/dx = y \cos(2yx)$
4. Методом вариации произвольных постоянных решается уравнение
   А) $dy/dx = y \cos(2x) + \mathrm{tg}x$
   Б) $dy/dx = y \cos(2yx) + \mathrm{tg}x$
   В) $dy/dx = x \cos(2yx) + \mathrm{tg}x$
   Г) $dy/dx = x \cos(2y) + \mathrm{tg}x$

Тесты по теме «Линейные уравнения n-го порядка и линейные системы. Матричный метод интегрирования линейных систем дифференциальных уравнений»

1. Характеристическое уравнение для уравнения $d^2 y/dx^2 = y$ есть
   А) $k^2 =0$
   Б) $k^2 = 1$
   В) $k^2 = k$
   Г) $k^2 =3$
2. Общее решение уравнения $d^2 y/dx^2 + 4y =0$ имеет вид
   А) $A\cos x + B \sin x$
   Б) $A\cos 2x + B \sin 2x$
   В) $A\cos x + Bx \sin x$
   Г) $A\exp(2x)+ B \exp(-2x)$
3. Общее решение уравнения $d^2 y/dx^2 = 4 y$ имеет вид
   А) $A\cos x + B \sin x$
   Б) $A\cos 2x + B \sin 2x$
   В) $A\exp x + B\exp x$
   Г) $A\exp(2x)+ B \exp(-2x)$
4. Решение системы уравнений $dy/dx = Ay$, где y-вектор, а A - матрица, дается выражением
   А) $A\cos x$
   Б) $A\cos 2x$
   В) $A\exp x$
   Г) $\exp(Ax)y(0)$

Тесты по теме «Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Уравнения в частных производных. Метод Фурье».

3. Ряд $1+x+\ldots+x^n/n! + \ldots$ дает частное решение следующего дифференциального уравнения

А) $dy/dx = 2y$

Б) $dy/dx = y$

В) $dy/dx = y^2$

Г) $dy/dx = 3y$

2.Уравнением теплопроводности называется следующее уравнение в частных производных на функцию $u(x,t)$

А) $u_t = u$

Б) $u_t = u_x$

В) $u_t = u_{xx}$

Г) $u_{tt} = u_{xx}$

3. Частным решением уравнения Лапласа $u_{xx} + u_{yy} = 0$ в кольце $1<x^2 + y^2 <2$ является функция

А) $x^2 + y^2$

Б) x^2

В) $\ln(x^2 + y^2)$

Г) $x^2 + y$

4. Решением уравнения струны $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$ является разложение в ряд Фурье по следующим частным решениям

А) $\sin(kx)\cos(ckt)$

Б) $\cos(ckt)x^k$

В) $\sin(kx)t^k$

Г) $\cos(ckt)\exp(kx)$

Тесты по теме «История возникновения и развития теории дифференциальных уравнений».

1.Долгое время жил и работал в России

А) Фурье

Б) Эйлер

В) Ньютон

Г) Лейбниц

2. Формула $\exp(ix) = \cos x + i\sin x$ называется формулой

А) Симпсона

Б)Ньютона

В)Эйлера

Г) Гаусса-Остроградского

3. Подстановка $\exp(kx)$ для решения линейного уравнения с постоянными коэффициентами называется методом

А) Эйлера

Б)Ньютона

В)Лагранжа

Г) Фурье

4. Решение уравнений теплопроводности и струны разложением в ряд по частным решениям называется методом

А) Остроградского

Б) Фурье

В) Гаусса

Г) Лобачевского

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценка успеваемости обучающихся осуществляется в ходе текущего, промежуточного и итогового контроля.

Текущий контроль – это непрерывно осуществляемое наблюдение за уровнем усвоения знаний и формированием умений и навыков в течение семестра или учебного года. Он осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля являются опросы или задания, выполняемые студентами к семинарским (практическим) занятиям (СРС).

В зависимости от численности и подготовленности учебной группы по решению преподавателя допускаются два подхода к проверке уровня знаний обучающихся.

В первом случае, если численность учебной группы позволяет индивидуальную работу с обучающимися, проверка уровня освоения знаний проводится в форме устного опроса (собеседования).

Второй вариант (для учебных групп большой численности) предполагает написание контрольных и творческих работ, а также защиту рефератов по предложенным темам. Допускается использование тестирования по элементарному фактическому материалу.

Виды текущего контроля:

- индивидуальный или групповой опрос;
- контрольная работа;
- индивидуальная или групповая презентация (представление выполненного задания);
- анализ деловых ситуаций (анализ ситуации, данной в виде текстового, графического или устного материала, видеофильма, либо анализ вариантов решения проблемы, выбор оптимального варианта);
- расчетные задания;
- тесты;
- подготовка эссе;
- подготовка реферата;
- деловые игры;
- защита выполненных заданий и др.

Виды, количество самостоятельной работы, а также текущий ее контроль по каждой дисциплине определяет преподаватель.

Промежуточный контроль - зачет или экзамен в устной или письменной форме по части изучаемой дисциплины в середине семестра.

Итоговый контроль - контроль знаний и умений обучающихся непосредственно после завершения курса по дисциплине в форме экзамена или зачета.

В любом случае итоговая оценка выставляется с учетом работы студента за весь учебный период.

Промежуточный контроль может проводиться в виде зачетов, экзамена, контрольных работ и т.д. по части дисциплины (или по окончании изучения каждого модуля). Его цель - оценить работу студента за определенный период, полученные им теоретические знания, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их к решению практических задач.

На экзамене или зачете могут быть использованы вопросы-эссе. Они представляют собой письменную работу, выполняемую обучающимися во внеаудиторное время, объемом 4-5 страниц машинописного текста. Цель этой работы - формирование навыков реферирования полученной по данной дисциплине информации, краткое аннотированное изложение основных положений конкретной темы дисциплины.

Вопросы формируются таким образом, чтобы ни в учебнике, ни в лекциях по данной дисциплине не содержался прямой ответ. Для написания эссе обучающиеся должны посмотреть весь полученный материал, проработать дополнительную литературу, обобщить информацию и изложить ее в кратком виде.

Одновременно с формулированием вопросов следует определить критерии правильного ответа, т.е. решить, какой ответ будет правильным. Эти критерии формируются в виде перечня тем и положений дисциплины, которые должны быть обязательно включены в ответ студента. Ответ на вопрос должен быть логично изложен.

Содержание итогового контроля должно соответствовать программе дисциплины, равномерно охватывая все ее разделы.

№ п/п	Наименование оценочного средства	Руководящие начала, которым должен следовать преподаватель в ходе процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующей этапы формирования компетенций
1	2	3
1	*Логическая схема (ЛС)*	При использовании преподавателем логической схемы он оценивает умения и навыки обучающегося по схематическому представлению некоторого объема знаний по учебной дисциплине (модулю), выраженных в специальных, присущих только этой дисциплине (модулю) терминах и категориях, по принципу иерархии и взаимосвязей между различными структурными звеньями. Помимо этого, преподаватель может предложить обучающемуся представить логическую схему, демонстрирующую знания и навыки обучающегося проводить межпредметные связи в рамках раздела (темы) модуля, дисциплины, исходя из полученных знаний в ходе освоения учебной дисциплины. Использование логических схем предоставляет вариативность в оперативном методе решения проблемы на основе стимулирования творческой активности, при котором участникам обсуждения предлагают высказывать как можно большее количество вариантов решения, в том числе самых фантастичных. Затем из общего числа высказанных идей отбирают наиболее удачные, которые могут быть использованы на практике. Суть процедуры использования логической схемы заключается в том, что процесс выдвижения, предложения идей отделен от процесса их критической оценки и отбора. Кроме того, используются разнообразные приемы "включения" фантазии, для лучшего использования "чисто человеческого"

		потенциала в поиске решений. Доминантным априорным результатом всегда является готовая логическая схема, понятная всем участникам (обучающимся).
2	*Тест-тренинг*	Тестирование позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей и других качеств обучающегося, а также их соответствие определенным нормам путем анализа способов выполнения испытуемым ряда специальных заданий. Тест – это стандартизированное задание или особым образом связанные между собой задания, которые позволяют диагностировать меру выраженности исследуемого свойства у испытуемого, его психологические характеристики, а также отношение к тем или иным объектам. В результате тестирования обычно получают некоторую количественную характеристику, показывающую меру выраженности исследуемой особенности у личности. Она должна быть соотносима с установленными для данной категории испытуемых нормами. Таким образом, при проведении занятий преподаватель с помощью тестирования должен определить имеющийся уровень развития некоторого свойства в объекте исследования и сравнить его с эталоном или с развитием этого качества у испытуемого в более ранний период. Тесты обычно содержат вопросы и задания, требующие очень краткого, иногда альтернативного ответа («да» или «нет», «больше» или «меньше» и т.д.), выбора одного из приводимых ответов или ответов по балльной системе. Тестовые задания обычно отличаются диагностичностью, их выполнение и обработка не отнимают много времени. При проведении тестирования следует соблюдать ряд условий. Во-первых, нужно определить и ориентироваться на некоторую норму, что позволит объективно сравнивать между собой результаты и достижения различных испытуемых. Тест-тренинг на выявление уровня сформированности знаний, умений и навыков по учебной дисциплине применяется на основе представлений о критериях оценки знаний, умений и навыков учащихся и соответствующих норм отметок или могут быть рассчитаны лишь на сравнение испытуемых между собой по успешности выполнения ими заданий. Обучающиеся должны находиться в одинаковых условиях выполнения задания (независимо от времени и места), что позволяет объективно оценить и сравнить полученные результаты.
3	*Глоссарный тренинг (ГТ)*	При использовании преподавателем глоссарного тренинга преподаватель оценивает умения и навыки обучающегося по владению терминологией в рамках дисциплины, а также возможность обучающегося оперировать изученным понятийным аппаратом. Учебное занятие проводится с применением глоссария, который разрабатывают и подбирают обучающиеся, исходя из границ конкретного раздела (темы) учебной дисциплины. Глоссарный тренинг - это оценочное средство, целью которого является формирование недостающих поведенческих навыков и умений. Эта форма групповой работы позволяет работать с жизненными ситуациями. Тренинг как форма групповой работы позволяет использовать самые разнообразные интерактивные технологии. Активные групповые методы, применяемые в тренинге, составляют три блока: - дискуссионные методы глоссарного тренинга (групповая дискуссия, разбор ситуаций из практики, моделирование практических ситуаций, метод кейсов и др. с обязательным использованием понятийного аппарата в рамках темы (раздела) дисциплины); - игровые методы глоссарного тренинга (имитационные, деловые, ролевые игры, мозговой штурм и др.с обязательным использованием понятийного

		аппарата в рамках темы (раздела) дисциплины).
4	*Коллективный тренинг (КТ)*: *дискуссия, деловая игра, «круглый стол»*	При использовании преподавателем коллективного тренинга он проводит коллективное занятие по заранее разработанному сценарию с использованием активных методов обучения. Преподаватель должен учитывать, что деловая и/или ролевая игра - совместная деятельность группы обучающихся и преподавателя под управлением преподавателя с целью решения учебных и профессионально-ориентированных задач путем игрового моделирования реальной проблемной ситуации. Использование подобного оценочного средства позволит оценить умение обучающегося анализировать и решать типичные профессиональные задачи. Наиболее часто встречающаяся форма коллективного тренинга - «Круглый стол» / дискуссия. Преподаватель в данном случае должен организовать интерактивные учебные занятия, позволяющие включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения. Занятие может быть проведено по традиционной (контактной) технологии, либо с использованием телекоммуникационных технологий. Дискуссия – это всестороннее обсуждение спорного вопроса в публичном собрании, в частной беседе, споре. Другими словами, дискуссия заключается в коллективном обсуждении какого-либо вопроса, проблемы или сопоставлении информации, идей, мнений, предложений. Цели проведения дискуссии могут быть очень разнообразными: обучение, тренинг, диагностика, преобразование, изменение установок, стимулирование творчества и др. В основе «круглого стола» в форме дебатов - свободное высказывание, обмен мнениями по предложенному обучающимися тематическому тезису. Участники дебатов приводят примеры, факты, аргументируют, логично доказывают, поясняют, дают информацию и т.д. Процедура дебатов не допускает личностных оценок, эмоциональных проявлений. Обсуждается тема, а не отношение к ней отдельных участников. Основное отличие дебатов от дискуссий состоит в следующем: эта форма «круглого стола» посвящена однозначному ответу на поставленный вопрос – да или нет. Причем одна группа (утверждающие) является сторонниками положительного ответа, а другая группа (отрицающие) – сторонниками отрицательного ответа. Внутри каждой из групп могут образовываться 2 подгруппы, одна подгруппа – подбирает аргументы, а вторая – разрабатывает контраргументы.
5	*Зачет*	В ходе проведения зачета преподаватель использует имеющиеся вопросы к зачету, при этом сам зачет проводится, как правило, в устной форме. Возможно проведение зачета с использованием информационных тестовых систем или тестовых заданий, критерии оценки которых приведены выше.
6	*Экзамен*	В ходе проведения экзамена преподаватель представляет обучающимся возможность выбора соответствующего билета с необходимостью ответа на поставленные вопросы. Оцениваются знания, навыки и умения обучающихся исходя из установленных критериев оценивания. Экзамен проводится, как правило, в устной форме.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Дифференциальные уравнения: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования/ И.Н. Сергеев. - М.: Издательство центр "Академия", 2013. - 288 с.
2. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: практикум. Учебное пособие/ Л.А. Альсевич [и др.].— Электрон. текстовые данные.— Минск: Вышэйшая школа, 2012.— 382 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/20196.— ЭБС «IPRbooks»

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Асланов Р.М., Матросов В.Л., Топунов М.В. Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными. - М., МПГУ, 2008.
2. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. Учебник для ВУЗов.-М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004 .- 352 с.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т. 2: Дифференциальное и интегральное исчисление. — М.: Дрофа, 2009.
4. Веденяпин В.В. Кинетическая теория по Максвеллу, Больцману и Власову. - М.:МГОУ, 2008.
5. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. — М.: ОНИКС, Мир и Образование, 2007.
6. Математика в понятиях, определениях и терминах. Под ред. Л.В.Сабинина. — М.: Просвещение, ч. 1, 1978; ч. 2, 2008.
7. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. — М.: Айрис-пресс, 2007.
8. Сборник задач по математике для вузов. Ч. 1. Линейная алгебра и основы математического анализа. Под ред. А.В.Ефимова и Б.П.Демидовича. — М.: Наука, 2007.
9. Шипачев В.С. Высшая математика. — М.: Высш. шк., 2007.
10. Энциклопедия элементарной математики. Кн. 3. Функции и пределы (основы анализа). — М.-Л.: ГИТТЛ, 2007.

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ "ИНТЕРНЕТ", НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

www.cfin.rit/flnaiialysis/iiidex.shtml - Портал об управленческом менеджменте, консалтинге и маркетинге. Материалы о математическом аппарате и программных продуктах. Каталог компаний и периодических изданий данной тематики.

www.bfm.ru/press/ - Новости финансов, индустрии, IT и др. Анализ и обзор финансовых рынков, котировки валют, российские и мировые индексы.

www.finanaliz.ru - Финансовая и банковская аналитика.

http://economics.edu.ru – Образовательный портал «Экономика, социология, менеджмент».

http://www.gov.ru – Сервер органов государственной власти России.

http://www.gks.ru – официальный сайт Росстата

http://www.economy.gov.ru – официальный сайт Минэкономразвития РФ

http://www.minfin.ru – официальный сайт Министерства финансов РФ

http://www.cbr.ru – официальный сайт Центрального банка РФ

http://www.minregion.ru – официальный сайт Министерство регионального развития РФ

http://www. consultant. ru/ poisk – справочно-правовая система «КонсультанатПлюс»

Справочная правовая система «Консультант-Плюс» - www.consultant.ru

Справочная правовая система «Гарант» - www.garant/.ru

Электронно-библиотечная система обеспечивает возможность индивидуального доступа для каждого обучающегося из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет ЭБСIPRbooks - http://www.iprbookshop.ru

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Основными видами аудиторной работы обучающегося при изучении дисциплины являются лекции и практические занятия.

На лекциях излагаются и разъясняются основные понятия темы, связанные с ней теоретические и практические проблемы, даются рекомендации для самостоятельной работы. В ходе лекции обучающийся должен внимательно слушать и конспектировать лекционный материал.

Завершают изучение наиболее важных тем учебной дисциплины практические занятия. Они служат для контроля преподавателем уровня подготовленности обучающегося; закрепления изученного материала; развития умений и навыков подготовки докладов, сообщений по социологической проблематике; приобретения опыта устных публичных выступлений, ведения дискуссии, в том числе аргументации и защиты выдвигаемых положений и тезисов.

Практическому занятию предшествует самостоятельная работа обучающегося, связанная с освоением лекционного материала и материалов, изложенных в литературе, рекомендованной преподавателем. По согласованию с преподавателем или его заданию обучающийся может подготовить доклады по отдельным темам дисциплины. Примерные темы эссе, презентаций и вопросов для обсуждения приведены в настоящей рабочей программе.

Практические занятия могут проводиться и в форме учебных конференций. Конференция включает в себя выступления обучающихся с подготовленными докладами по отдельным темам дисциплины. Желательно предварительно представить текст доклада преподавателю для ознакомления.

Качество учебной работы обучающихся преподаватель может оценивать, выставляя текущие оценки в рабочий журнал. Обучающийся имеет право ознакомиться с выставленными ему оценками.

Важным видом работы обучающегося при изучении дисциплины является самостоятельная работа. Она должна носить творческий и планомерный характер. Нельзя опираться только на тот материал, который был озвучен в ходе лекций или практических занятий, необходимо закрепить его и расширить в ходе самостоятельной работы. Наибольший эффект достигается при использовании «системы опережающего чтения», т. е. предварительного самостоятельного изучения материала следующей лекции.

Ошибку совершают те студенты, которые надеются освоить весь материал только за время подготовки к зачету. Опыт показывает, что уровень знаний у таких обучающихся, как правило, является низким, а главное – недолговечным.

В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации преподавателя. Они могут быть как индивидуальными, так и в составе учебной группы. С графиком консультаций преподавателей можно ознакомиться на кафедре.

Для обучающихся заочной формы обучения самостоятельная работа является основным видом работы по изучению дисциплины. Она включает изучение материала установочных занятий и рекомендованной литературы, выполнение заданий преподавателя (домашних контрольных заданий, рефератов).

Самостоятельную работу по изучению дисциплины целесообразно начинать с изучения установленных требований к знаниям, умениям и навыкам, ознакомления с темами дисциплины в порядке, предусмотренном учебной программой. Получив представление об основном содержании темы, необходимо изучить ее по учебнику, придерживаясь рекомендаций преподавателя по методике работы над учебным материалом, данных в ходе установочных занятий.

Полезно ознакомиться с первоисточниками (или извлечениями из них), то есть работами выдающихся социологов. При желании или по рекомендации преподавателя можно составить их краткий конспект.

Список тем письменных творческих работ (эссе и презентаций) и докладов предлагается обучающимся в начале учебного года. Обучающийся вправе выбрать тему из данного списка или предложить свою (согласовав с преподавателем). Не разрешается представлять одну и ту же работу более чем по одной дисциплине.

Требования к набранным на компьютере творческим работам: полуторный интервал, кегль -14, цитирование и сноски в соответствии с принятыми стандартами, тщательная выверенность грамматики, орфографии и синтаксиса. Текст эссе должен быть от 5 до 10 страниц. Текст эссе, доклада или реферата должен быть оформлен в соответствии с ГОСТ 7.32-2001 «Отчет о научно-исследовательской работе. Структура и правила оформления».

Презентация от 6 до 15 слайдов. Творческая работа не должна быть ни в коем случае реферативного, описательного характера, большое место в ней должно быть уделено аргументированному представлению точки зрения обучающегося, критической оценке рассматриваемого материала и проблематики, что должно выявить его аналитические способности. То же касается и устного выступления-доклада, который должен представлять собой не пересказ чужих мыслей, а попытку самостоятельной проблематизации и концептуализации определенной, достаточно узкой и конкретной темы, связанной с той или иной проблемой.

Все имеющиеся в творческой работе (эссе) сноски тщательно выверяются и снабжаются «адресами». Недопустимо включать в свою работу выдержки из работ других авторов без указания на это, пересказывать чужую работу близко к тексту без отсылки к ней, использовать чужие идеи без указания первоисточника. Это касается и источников, найденных в сети «Интернет». Необходимо указывать полный адрес сайта. Все случаи плагиата должны быть исключены. В конце работы дается исчерпывающий список всех использованных источников.

Наиболее ответственным этапом в обучении студентов является экзаменационная сессия. На ней студенты отчитываются о выполнении учебной программы, об уровне и объеме полученных знаний. Это официальная отчетность ВУЗа о качестве подготовки студентов за период обучения.

На сессии студенты сдают экзамены или зачеты. Зачеты могут проводиться с дифференцированной отметкой или без нее, с записью «зачтено» в зачетной книжке. Экзамен как высшая форма контроля знаний студентов оценивается по пятибалльной системе.

Залогом успешной сдачи всех экзаменов являются систематические, добросовестные занятия студента. Однако это не исключает необходимости специальной работы перед сессией и в период сдачи экзаменов. Специфической задачей студента в период экзаменационной сессии являются повторение, обобщение и систематизация всего материала, который изучен в течение года.

Начинать повторение рекомендуется за месяц-полтора до начала сессии. Прежде чем приступить к нему, необходимо установить, какие учебные дисциплины выносятся на сессию и, если возможно, календарные сроки каждого экзамена или зачета.

Установив выносимые на сессию дисциплины, необходимо обеспечить себя программами, которые представлены на официальном сайте ВУЗа. В основу повторения должна быть положена только программа. Не следует повторять ни по билетам, ни по контрольным вопросам. Повторение по билетам нарушает систему знаний и ведет к механическому заучиванию, к "натаскиванию". Повторение по различного рода контрольным вопросам приводит к пропускам и пробелам в знаниях и к недоработке иногда весьма важных разделов программы.

Повторение - процесс индивидуальный; каждый студент повторяет то, что для него трудно, неясно, забыто. Поэтому, прежде чем приступить к повторению, рекомендуется сначала внимательно посмотреть программу курса, установить наиболее трудные, наименее усвоенные разделы.

В процессе повторения анализируются и систематизируются все знания, накопленные при изучении программного материала: данные учебника, записи лекций, конспекты изученной литературы, заметки, сделанные во время консультаций или семинаров, и др. Ни в коем случае нельзя ограничиваться только одним конспектом, а тем более, чужими записями. Всякого рода записи и конспекты - вещи сугубо индивидуальные, понятные только автору.

Само повторение рекомендуется вести по темам программы и по главам учебника. Закончив работу над темой (главой), необходимо ответить на вопросы учебника или выполнить задания, а самое лучшее - воспроизвести весь материал.

Консультации, которые проводятся для студентов в период экзаменационной сессии, необходимо использовать для углубления знаний, для восполнения пробелов и для разрешения всех возникших трудностей. Без тщательного самостоятельного продумывания материала беседа с консультантом неизбежно будет носить «общий», поверхностный характер и не принесет нужного результата.

ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

В ходе организации образовательного процесса по дисциплине применяются следующие информационные технологии:

- проведение лекций с использованием мультимедийной техники;
- использование дистанционной технологии при обсуждении материалов по дисциплине с преподавателем;
- использование мультимедийных технологий при проведении промежуточного и итогового контроля;
- использование компьютерных технологий и программных продуктов (MSOffice, 1С:Предприятие и др.) необходимых для систематизации и обработки данных, проведения требуемых программой дисциплины расчетов, оформления письменных работ и т.д.

Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, используемых при изучении дисциплины, включает:

- операционную систему Windows;
- свободное программное обеспечение (операционная система семейства Linux);
- соответствующее прикладное программное обеспечение (MSOffice);
- электронно-библиотечная система IPRBooks (ресурс доступа http://www.skgi.ru/);
- справочно-правовая система данных «Гарант»;
- справочно-правовая система данных «Консультант».

На бумажном и электронном носителях для преподавателей и обучающихся сформированы каталоги (ресурс доступа http://www.skgi.ru/).

МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Компьютеры – IBM-совместимые, конфигурации не ниже Pentium-4. Один компьютер установлен в читальном зале библиотеки.

В компьютерном классе института организована собственная (закрытая) локальная сеть. Функционирует 1 сервер (выделенный сервер учебных классов). Доступ в Интернет реализован через ADSL соединение (провайдер – ОАО «ЮТК»), со скоростью 8 Мбит/с. Институт располагает собственным Интернет-сайтом: www.skgi.ru.

Компьютерной техникой в достаточном количестве оснащены и все административные подразделения вуза.

Общее количество применяемых в вузе технических средств показано в таблице.

Техника	Количество (шт.)
Компьютеры	23
Принтеры	8
Сканеры	3
Ксероксы (в т.ч. 3 в 1)	2
Мультимедийный проектор	1
Факсы	2
Телевизоры	1
Видеомагнитофоны	1

Общая площадь учебно-лабораторных помещений в расчете на 1 обучающегося (приведенного контингента) – 38,71 кв. м.;

Количество персональных компьютеров в расчете на 1 обучающегося (приведенного контингента) – 0,51 единиц;

Доля стоимости современных (не старше 5 лет) машин и оборудования в вузе в общей стоимости машин и оборудования – 65,07%;

Количество экземпляров учебной и учебно-методической литературы из общего количества единиц хранения библиотечного фонда, состоящих на учете, в расчете на 1 обучающегося (приведенного контингента) – 348,42 единицы.

Образовательный процесс в институте осуществляется в предоставленных в безвозмездное пользование помещениях, расположенных по адресу: ул. Лермонтова, 312А.

Для проведения лекционных, семинарских и практических занятий используется 8 оснащенных учебных аудиторий, в том числе один компьютерный класс, оборудованный 14 компьютерами (14 рабочих мест), снабженный мультимедийным проектором.

Все учебные аудитории оборудованы соответствующей мебелью и классными досками. Обучающиеся и преподаватели вуза имеют неограниченный доступ к копировальной технике для размножения актуальных учебных и научных материалов.

Количество посадочных мест в библиотеке института – 20.